



**HAL**  
open science

## La natura della mediazione offerta dai sistemi basati su micromondi all'apprendimento della matematica Parte II: L'esperienza del sistema ARI-LAB

Rosa Maria Bottino, Giampaolo Chiappini

### ► To cite this version:

Rosa Maria Bottino, Giampaolo Chiappini. La natura della mediazione offerta dai sistemi basati su micromondi all'apprendimento della matematica Parte II: L'esperienza del sistema ARI-LAB. L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate, 1997, Vol. 20A-B (6), pp.792-838. hal-00190513

**HAL Id: hal-00190513**

**<https://telearn.hal.science/hal-00190513>**

Submitted on 23 Nov 2007

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# **La natura della mediazione offerta dai sistemi basati su micromondi all'apprendimento della matematica**

## **Parte II: L'esperienza del sistema ARI-LAB**

Rosa Maria Bottino & Giampaolo Chiappini

Istituto per la Matematica Applicata  
Consiglio Nazionale delle Ricerche  
Via De Marini 6, 16149 Genova  
Tel. +39 - 10 - 6475676/6475682  
E-Mail: [bottino, chiappini]@ima.ge.cnr.it

### **Introduzione**

In questo articolo prenderemo in esame il sistema ARI-LAB che abbiamo realizzato per sostenere gli alunni nello sviluppo di capacità nel problem solving aritmetico e cercheremo di descrivere alcune caratteristiche che questo software rende disponibile con il fine di valutarne le potenzialità sul terreno didattico. Nel fare ciò assumeremo due riferimenti: da una parte l'analisi della natura del sapere coinvolto nel problem solving aritmetico, descritta nella prima parte di questo lavoro, dall'altra i risultati di sperimentazioni che abbiamo condotto con alunni di diversi livelli scolari.

Sulla base di tali riferimenti e tenendo conto dell'intenso dibattito che negli ultimi anni si è sviluppato sul ruolo del calcolatore come mediatore dell'apprendimento valuteremo criticamente l'esperienza condotta con la progettazione, realizzazione e sperimentazione del sistema ARI-LAB.

### **1. Il sistema *ARI-LAB* : Struttura e Organizzazione**

Il sistema ARI-LAB è un sistema ipermediale e di comunicazione basato su micromondi che è stato realizzato per lo sviluppo di capacità nel problem solving aritmetico.

Il sistema prevede due tipi di utente: l'insegnante (o il ricercatore) che può configurare il sistema in relazione alle caratteristiche e alle esigenze di apprendimento degli allievi con cui lavora e lo studente che deve risolvere un dato problema aritmetico.

Lo studente può avere accesso a due ambienti principali: **l'ambiente per la risoluzione di problemi** e un **database di problemi risolti**; a loro volta questi due ambienti sono strutturati in altri ambienti (l'organizzazione dei quali non è strettamente gerarchica). L'insegnante ha a disposizione anche un ambiente per la configurazione del sistema (**ambiente insegnante**).

**L'ambiente per la risoluzione di problemi** è strutturato nei seguenti tre ambienti interconnessi fra loro:

- = **ambiente per la costruzione della soluzione (o quaderno soluzione)** in cui allo studente viene proposto (o in cui egli sceglie da un'insieme di testi di problemi precedentemente predisposti) un dato problema aritmetico da risolvere. In questo ambiente egli costruisce la sua strategia risolutiva usando, a suo piacimento, diversi tipi di linguaggio (verbale, matematico, iconico /grafico).
- = **ambiente per la rappresentazione visuale** in cui lo studente può interagire con un certo numero di micromondi messi a disposizione dal sistema. L'interazione con ciascuno di questi micromondi consente all'utente di attivare diverse animazioni di tipo grafico per ottenere una rappresentazione visuale che espliciti un passo risolutivo che egli giudichi adeguato alla sua strategia risolutiva, in relazione alla situazione problematica in esame.
- = **ambiente di comunicazione** dove sono possibili diverse interazioni: lo studente può essere in contatto con un altro studente, che sia in comunicazione con lui attraverso una connessione via modem, per ricevere o inviare messaggi o

problemi risolti (o parzialmente risolti); lo studente può interagire con altri studenti della sua stessa classe attraverso una rete locale; lo studente può essere in contatto, sempre attraverso la rete locale, con l'insegnante che, a sua volta, può seguire la sua attività risolutiva intervenendo quando lo ritenga opportuno. L'ambiente di comunicazione é disponibile anche dall'ambiente data-base.

Nell'**ambiente data-base** l'utente può consultare un insieme di problemi precedentemente risolti e classificati con criteri dati, ed avere accesso all'ambiente di comunicazione.

Nel seguito descriveremo con più dettaglio i vari ambienti di cui si compone il sistema.

### **1.1 L'ambiente per la risoluzione di problemi**

In figura 1 é visualizzata l'interfaccia che viene presentata all'utente quando viene attivato l'ambiente di risoluzione di problemi. Al suo interno si distinguono tre zone concettualmente e funzionalmente distinte, con comandi e collegamenti propri, che corrispondono: all'ambiente per la costruzione della soluzione, all'ambiente di rappresentazione visuale e all'ambiente di comunicazione.

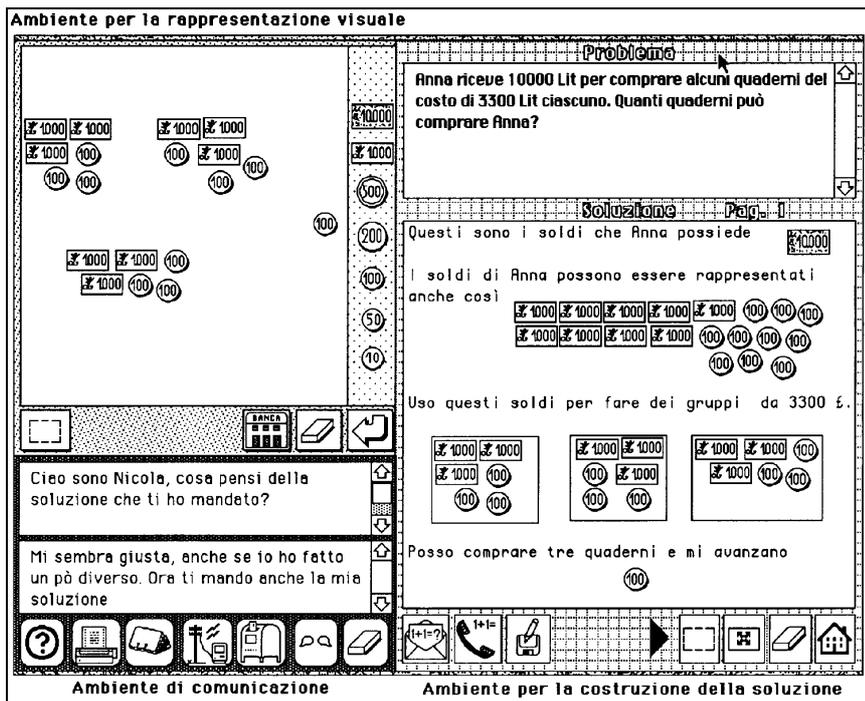


Fig. 1 : Esempio di utilizzo dell'ambiente di risoluzione di problemi.

### 1.1.1 Ambiente per la costruzione della soluzione

Lo studente realizza la soluzione nell'ambiente per la costruzione della soluzione.

Per rappresentare ognuno dei propri passi risolutivi lo studente può accedere all'ambiente di rappresentazione visuale, scegliendo di interagire con uno dei micromondi disponibili. Nell'ambiente per la costruzione della soluzione potrà copiare, di volta in volta, le rappresentazioni visuali ottenute nei vari micromondi, collegandole, quando lo ritiene opportuno, con commenti e/o rappresentazioni simboliche di tipo matematico. Alla fine del processo risolutivo egli può decidere di memorizzare la soluzione

realizzata nel data-base, che, in conseguenza di ciò, viene automaticamente aggiornato.

### **1.1.2. L'ambiente per la rappresentazione visuale**

L'ambiente per la rappresentazione visuale é stato progettato per mettere a disposizione dell'utente un certo numero di sistemi di rappresentazione che, per le loro caratteristiche, sono stati considerati particolarmente proficui per lo sviluppo di capacità nel problem solving aritmetico.

I sistemi di rappresentazione offerti da ARI-LAB sono stati incorporati in micromondi . L'interazione con un micromondo consente all'utente attività di generazione e manipolazione diretta di oggetti simbolici che siano finalizzate alla produzione di effetti voluti (computazionali, grafici, ...).

I micromondi attualmente disponibili sono i seguenti:

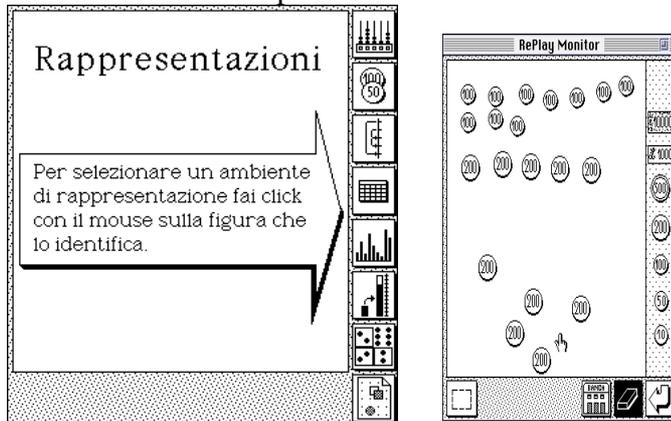
"abaco", "monete", "foglio elettronico semplificato", "calendario", "istogramma", due micromondi diversi per la divisione intera: "divisione per contenezza", "divisione per partizione", un micromondo per la creazione libera di disegni: "art bits".

Alcuni micromondi sono fortemente caratterizzati dal punto di vista semantico ("monete", "calendario"), altri consentono rappresentazioni più formali e meno dipendenti dal contesto ("abaco", "istogramma", "foglio elettronico semplificato"), altri ancora (micromondi per la divisione intera) sono di natura mista e sono stati progettati basandosi sull'osservazione del comportamento degli alunni.

"Art bits" é un micromondo di natura diversa dagli altri. In questo micromondo l'utente può produrre disegni autonomamente, avere accesso ad un insieme di disegni già realizzati, modificare le rappresentazioni ottenute negli altri micromondi. Questo al fine di ottenere rappresentazioni che meglio si adattino al processo risolutivo che vuole mettere in atto.

Non vogliamo qui dare una descrizione dettagliata dei diversi micromondi ma solo mettere in luce i principali aspetti tecnici e cognitivi che li caratterizzano nel loro insieme.

In figura 2, come esempio, vengono visualizzate l'interfaccia dell'ambiente di rappresentazione visuale che consente l'accesso ai vari micromondi disponibili e le interfacce dei due micromondi "abaco" e "divisione per contenezza" .



**Fig. 2:** Da sinistra sono riportate: l'interfaccia dell'ambiente di rappresentazione visuale che permette l'accesso ai vari micromondi disponibili; un esempio di utilizzo del micromondo "monete".

L'ambiente per la rappresentazione visuale é realizzato in modo tale che non si possa attivare più di un micromondo per volta. In ogni micromondo é possibile, attraverso opportuni comandi, realizzare rappresentazioni grafiche di tipo diverso:

- generazione di oggetti simbolici, sia sotto il controllo dell'utente (ad esempio, generare una particolare moneta, una certa pallina dell'abaco, un dato intervallo sul calendario), sia automaticamente da parte del sistema in base a parametri forniti dall'utente (ad esempio, la costruzione di un istogramma data una certa tabella di dati ed un'unità di misura);

- manipolazione di oggetti simbolici (ad esempio, si può cambiare una certa moneta con altre equivalenti). Queste manipolazioni vengono realizzate dal sistema dopo che l'utente ha definito certe specifiche che vengono automaticamente controllate sulla base di un insieme di regole (per esempio, se l'utente propone un cambio scorretto per una certa moneta, il sistema non esegue il cambio e invia un messaggio di errore all'utente);
- movimento di oggetti (per esempio, una moneta può essere spostata per essere raggruppata con altre).

### **1.1.3 L'ambiente di comunicazione**

L'ambiente di comunicazione consente di inserire l'attività di produzione di una soluzione in un processo di interazione sociale che può cambiare radicalmente il modo con cui uno studente guarda ad un problema, le sue assunzioni riguardo al modo di risolverlo e la situazione di validazione in cui inserire il processo risolutivo. In quest'ambiente, infatti, si possono realizzare diverse forme di interazione: lo studente può essere in contatto con altri studenti o con l'insegnante, per ricevere o inviare messaggi o problemi risolti (o parzialmente risolti). Le possibili connessioni avvengono sia attraverso una rete locale che via modem. L'ambiente di comunicazione é disponibile anche dall'ambiente database. Nell'ambiente di comunicazione si possono realizzare diverse forme di lavoro collaborativo: scambio di soluzioni fra studenti; costruzione comune di una soluzione (due studenti possono interagire per produrre insieme la soluzione per un problema dato); invio di commenti, critiche, domande, riguardo, ad esempio, la soluzione ricevuta da un certo utente o, più in generale, le attività in atto. Queste opportunità di interazione possono promuovere l'acquisizione di una maggiore responsabilità da parte degli alunni che di solito sono abituati a produrre le soluzioni ai problemi unicamente per aderire alle richieste dell'insegnante. Il contesto comunicativo, infatti, consente il passaggio dal "fare" al "fare per comunicare" e, quindi, la considerazione di parametri

quali la chiarezza, la leggibilità e la coerenza espositiva nella produzione di una soluzione al fine di renderla comprensibile ad un interlocutore. Tale interlocutore non è più necessariamente l'insegnante ma può essere un altro alunno, alunno che può non essere d'accordo, criticare, proporre soluzioni alternative ecc. La situazione di validazione di una soluzione, in questo contesto, assume quindi caratteristiche di negoziazione dove il decidere se una soluzione è corretta non è più un'attività completamente demandata all'insegnante ma inserita in un processo di interazione sociale che assume la forma di una vera e propria cooperazione intellettuale.

## **1.2. L'ambiente data-base**

L'ambiente data base può consentire di inserire l'attività di problem solving all'interno di un meccanismo di interazione in cui risultano enfatizzati processi di apprendimento basati sull'imitazione e sull'analogia.

L'accesso all'ambiente database avviene quando l'utente vuole consultare problemi precedentemente risolti, siano essi problemi risolti e classificati dall'insegnante, problemi risolti da lui stesso e precedentemente memorizzati, o problemi inviati da altri utenti e da lui memorizzati. Questi tre tipi di problemi sono organizzati in database diversi e classificati secondo differenti criteri. L'interfaccia dell'ambiente database è quindi fatta in modo da presentare all'utente database logicamente distinti e facilmente riconoscibili.

I problemi risolti e memorizzati dall'insegnante sono classificati secondo il micromondo di rappresentazione visuale utilizzato per descrivere il processo risolutivo (ad esempio, ci sono i problemi risolti usando "monete", "abaco", ecc.), mentre i problemi degli altri due database sono classificati secondo un criterio temporale. Nel database dei problemi risolti dall'insegnante, se sono presenti soluzioni diverse per lo stesso problema (fatte utilizzando micromondi diversi), è possibile definire i collegamenti fra loro,

collegamenti che vengono esplicitamente visualizzati nell'interfaccia utente tramite icone; lo studente potrà perciò realizzare automaticamente un cammino di consultazione selezionando le opportune icone. L'accesso all'ambiente database può avvenire in ogni momento dell'interazione con il sistema.

### **1.3. L'ambiente insegnante**

L'ambiente insegnante permette di configurare il sistema a seconda dei desideri e delle scelte didattiche del docente. In questo ambiente sono messi a disposizione dell'insegnante tre ambienti:

- l'ambiente per la costruzione di problemi risolti per arricchire o modificare il data-base realizzato dall'insegnante. Per produrre queste soluzioni l'insegnante ha a disposizione lo stesso ambiente di rappresentazione visuale disponibile anche per l'allievo.
- l'ambiente per la configurazione degli strumenti di rappresentazione visuale, in cui il docente può decidere quali fra i micromondi del sistema vuole mettere a disposizione dei propri allievi. L'interfaccia dell'ambiente per la rappresentazione visuale dell'alunno si modifica dinamicamente e automaticamente in relazione alle scelte compiute dall'insegnante. Inoltre, decisa una certa configurazione, anche il data-base dei problemi risolti dall'insegnante si modifica, sia per quanto riguarda le classificazioni dei problemi che risultano disponibili agli alunni, sia per quanto riguarda la visualizzazione o meno delle icone che permettono il collegamento tra problemi risolti con strumenti di rappresentazione diversi.

### **1.4. Il monitoraggio**

Come l'esperienza ci ha confermato, tutta la sequenza delle azioni che un utente realizza in un micromondo, e non solo quanto decide di copiare nel quaderno soluzione, è fondamentale per capire il suo processo risolutivo, la sua strategia, i suoi errori, i punti in cui ha incontrato difficoltà, la sinergia fra azione e pensiero che ha portato alla soluzione realizzata. Per questo il sistema ARI-LAB è stato dotato di uno strumento di analisi: il "monitoraggio", che consente

di avere una visione puntuale e dinamica delle azioni intraprese dallo studente nell'interazione con i micromondi (al momento della sperimentazione descritta, era in funzione solo il monitoraggio del micromondo monete). Il monitoraggio consente di rivedere, come in un filmato, tutto ciò che è stato realizzato, in una sessione di lavoro da un dato utente. E' possibile interrompere il filmato, memorizzare, e quindi stampare, immagini significative, ripetere la sequenza delle azioni tutte le volte che si ritiene necessario, archiviare i file inerenti le sessioni di lavoro di un utente per poterli poi rivedere quando si ritiene opportuno. Questo strumento è risultato fondamentale ed è stato ampiamente utilizzato nella raccolta ed organizzazione dei dati delle sperimentazioni.

Nel seguito, tramite esempi tratti dalle sperimentazioni, metteremo in evidenza la specificità e la natura della mediazione fornita dal sistema per l'attività di insegnamento/apprendimento dell'aritmetica relativamente agli aspetti sopra elencati.

## **2. Analisi delle sperimentazioni del sistema**

Coerentemente con il quadro di riferimento descritto nella prima parte del lavoro, l'analisi della mediazione fornita dal sistema ARI-LAB per lo sviluppo di capacità nel problem solving aritmetico verrà analizzata prendendo in considerazione il sistema nel suo contesto d'uso.

Questo significa assumere come riferimento non il singolo compito e, in relazione ad esso, l'osservazione sistematica del comportamento dell'alunno nell'interazione con la macchina, ma il sistema di relazioni che prende vita con la mediazione del sistema nei cicli di attività nei quali avviene un'evoluzione dell'oggetto di insegnamento-apprendimento.

Tramite esempi analizzeremo quindi non solo la mediazione che il sistema fornisce al pensiero e all'azione dell'alunno in relazione al compito da svolgere, ma anche la mediazione che il sistema è in grado di fornire a tutta l'attività sociale che si sviluppa nella classe

che, nel suo complesso, contribuisce all'acquisizione del sapere coinvolto nel compito da risolvere.

Con questa impostazione lo studio della natura della mediazione fornita dal sistema in uso si sposta dall'analisi del supporto fornito internamente alla relazione studente/compito ed arriva a prendere in considerazione il modo in cui il sistema contribuisce a strutturare un contesto d'uso capace di assistere lo studente nell'acquisizione delle conoscenze che risultano incorporate nei compiti da risolvere. Più in particolare in questo articolo l'analisi della mediazione fornita dal sistema ARI-LAB sarà effettuata analizzando la natura dell'assistenza che si sviluppa nei contesti in cui viene usato in relazione a tre distinti cicli di attività ciascuno dei quali è caratterizzato da uno specifico oggetto di insegnamento/apprendimento e cioè:

Oggetto del primo ciclo di attività: Sviluppo della capacità di utilizzare la scrittura posizionale decimale dei numeri;

Oggetto del secondo ciclo di attività: Sviluppo della capacità di utilizzare i micromondi di ARI-LAB per risolvere problemi di struttura additiva e moltiplicativa

Oggetto del terzo ciclo di attività: Sviluppo della capacità di utilizzare il linguaggio verbale e i simboli aritmetici per pianificare la soluzione di problemi di struttura additiva e moltiplicativa.

Le sperimentazioni a cui faremo riferimento sono state le seguenti:

- Sperimentazione con bambini sordi (1993)

La prima sperimentazione del sistema ARI-LAB è stata realizzata nel 1993 con quattro bambini sordi frequentanti la terza elementare ed ha interessato un periodo di tempo di tre mesi.

I bambini con cui si è realizzata la sperimentazione erano sordi profondi e vivevano abitualmente nell'Istituto Nazionale Sordomuti di Genova. La loro età anagrafica era però superiore a quella normalmente corrispondente al livello scolastico frequentato (i bambini infatti avevano un'età compresa fra gli 11 ed i 13 anni). Tutti e quattro i bambini avevano una buona conoscenza del linguaggio dei segni. Il tipo di insegnamento che i bambini avevano

ricevuto in classe relativamente all'aritmetica era di tipo tradizionale.

- Sperimentazione in una seconda elementare (a.s.1993-1994)

Questa sperimentazione si é svolta tra il Dicembre '93 e il Maggio '94, con sedute al calcolatore di circa un'ora e mezza ciascuna, due volte alla settimana.

La classe in cui é stata condotta la sperimentazione del sistema é una seconda della Scuola Elementare "Dante Alighieri" di Bolzaneto, una delegazione di Genova che negli ultimi trenta anni ha avuto diversi momenti di forti immigrazioni e la presenza di nuclei familiari di basso livello sociale e culturale, spesso con problemi che necessitano l'intervento dei servizi sociali della zona.

La classe era formata da 16 bambini, tra i quali 4 seguiti dai servizi di assistenza della USL.

- Sperimentazione con una seconda e terza elementare (aa.ss. 94-95 e 95-96)

La classe in cui si é svolta questa sperimentazione appartiene ad una scuola di una frazione sulle alture di Genova (Canonero) ed era formata da 4 bambini nel primo anno di sperimentazione e da 5 nel secondo anno.

La sperimentazione si é svolta una volta alla settimana per due ore circa di lavoro presso il laboratorio di sperimentazione didattica dell'I.M.A (in entrambi gli anni da gennaio a fine maggio).

L'attività di insegnamento della matematica si é sviluppata praticamente durante la sperimentazione. In classe i bambini svolgevano solamente alcune attività di approfondimento su quanto sviluppato in sede di sperimentazione.

- Sperimentazione in una scuola media (aa.ss.94-96 e 95-96; attività di recupero)

La sperimentazione ha coinvolto gruppi di ragazzi della scuola (5-7 ragazzi per gruppo) che mostravano forti ritardi nello sviluppo di competenze in ambito matematico. Non hanno partecipato alunni portatori di handicap; in ogni gruppo erano invece sempre presenti ragazzi extracomunitari. Ogni gruppo ha partecipato alla

sperimentazione una volta alla settimana per una durata complessiva di circa un'ora e quaranta minuti. La sperimentazione relativa ad ogni gruppo si è sviluppata nell'arco di circa 4 mesi.

Solo la sperimentazione effettuata nella classe seconda della scuola elementare di Bolzaneto è avvenuta in un laboratorio appositamente allestito presso la scuola. Le altre sperimentazioni sono state realizzate presso il laboratorio di sperimentazione didattica dell'istituto per la Matematica Applicata del CNR. In tutte le sperimentazioni ogni bambino aveva a disposizione un calcolatore.

Nell'ambito delle varie sperimentazioni, l'insegnante della classe e gli sperimentatori hanno svolto il ruolo di osservatori partecipanti all'attività. Gli strumenti di osservazione utilizzati sono stati: osservazione diretta; protocolli di annotazioni delle cose che succedevano nella sperimentazione; data-base, monitoraggio, protocolli di conversazione; video-registrazioni.

## **2.1 Primo ciclo di attività**

Oggetto del ciclo di attività: Sviluppo della capacità di utilizzare la scrittura posizionale decimale del numero.

Obiettivi dei cicli di attività:

- differenza numero / valore delle monete;
- capacità di contare con le monete
- equivalenza fra gruppi di monete;
- scrittura verbale e scrittura decimale del numero.

Compiti:

Problemi che richiedono di rappresentare un certo ammontare in lire italiane;

Richiesta di fare rappresentazioni dello stesso ammontare con monete diverse;

Problemi che richiedono di contare "tante" monete (prima ordinate per valore; poi no);

Problemi additivi semplici di compravendita.

### Scelte didattiche:

Le scelte che abbiamo compiuto sono le seguenti:

- L'attività di conta non si limita solamente all'interno della decine, ma si opera subito con grandezze dell'ordine delle centinaia e delle migliaia.
- Nelle consegne i numeri vengono rappresentati nella forma verbale scritta affiancata tra parentesi dalla scrittura decimale posizionale.
- I compiti assegnati si inseriscono abbastanza precocemente in attività di soluzione di problemi.
- Precocemente (dopo circa 6 incontri) vengono introdotti il micromondo abaco e la scrittura posizionale decimale.

### Micromondi utilizzati:

"monete"; "abaco"; "art bits"

### **Situazione didattica 1**

I bambini della classe di Canonero vengono introdotti all'uso del sistema ARI-LAB dallo sperimentatore (nel seguito SP) lavorando tutti insieme su un unico computer .

Primi compiti proposti: Realizzazione di di quantità assegnate.

Obiettivo: Imparare a contare con le monete.

Attività precedenti: i bambini in classe con la maestra avevano fatto attività con le monete reali ed avevano imparato a distinguere fra di loro monete di diverso valore e ad eseguire alcuni conteggi nell'ordine di grandezza delle centinaia. Queste conoscenze non erano consolidate.

### Protocollo di osservazione 1

- *Si devono formare 1350 lire (milletrecentocinquanta).*
- *Viene presentato un primo modo di rappresentare questo ammontare come: una moneta da 1000, una da 200, una da 100 e una da 50.*
- *Viene chiesto di formare l'ammontare in un altro modo.*
- *Simona dice: al posto di una da 1000 metto due da 500.*
- *Simona genera le due monete da 500 e cancella quella da 1000.*

- Viene richiesto di formare 1350 ancora in un altro modo.
- Simona questa volta usa monete da 200 lire: genera le monete da 200 e accompagna l'azione contando oralmente. Dice: duecento, quattrocento, cinquecento.
- Viene corretta dallo sperimentatore. Dopo la correzione continua dicendo: seicento, ottocento, dieci cento.
- SP dice il nome corretto: mille.
- Aggiunge ancora una moneta da 200 e dice: tremila.
- SP corregge e dice: mille e ancora duecento fa milleduecento.
- Simona aggiunge una moneta da 100 e una da 50 e arriva a contare milletrecentocinquanta.
- Dopo qualche decina di secondi, SP chiede quanto fosse l'ammontare realizzato. Simona non ricorda milletrecentocinquanta. Deve di nuovo contare nuovamente.
- Dopo qualche minuto la stessa cosa si ripete ancora.

### **Situazione didattica 2**

Una matita costa 1200 (milleduecento) lire. Gianna compera 3 matite. Disegna nel quaderno soluzione i soldi che servono per comperare le tre matite e conta quanto spende in tutto Gianna.

#### Protocollo di osservazione 2

*Erika e Marcello contano l'ammontare (3600) in modo esatto, mentre Simona conta 603 e Alessandra 1600 (scritto a parole).*

*Nel seguito si riportano alcune immagini ottenute tramite la funzione di monitoraggio di ARI-LAB che mostrano le ragioni dell'errore di conta*

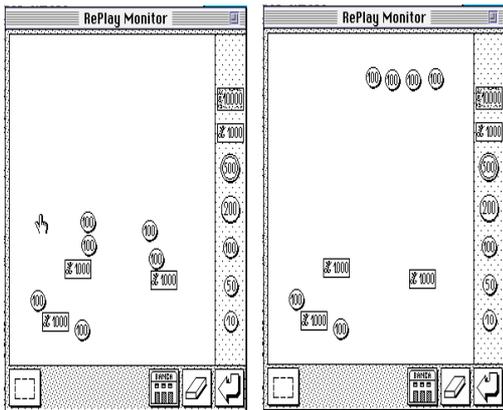


Fig. 2.1

Fig. 2.2

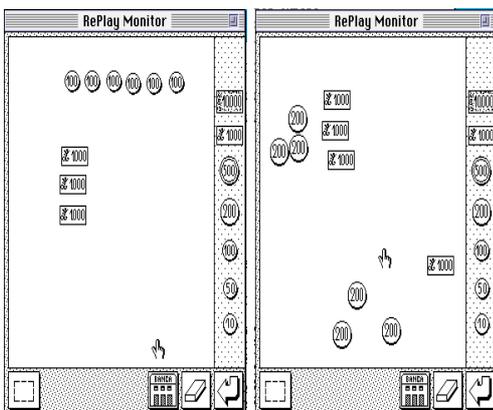


Fig. 2.3

Fig. 2.4

*Come si può notare la bambina dopo aver generato i soldi corrispondenti all'acquisto delle tre matite, cerca di contare l'ammontare totale spostando in alto le monete da 100 lire. In Fig. 3 la bambina ha terminato lo spostamento e il risultato del conteggio (603) corrisponde al fatto che ha cominciato a contare dalle monete da 100.*

*Erika guarda la soluzione di Alessandra e dice è più giusto il mio. Alessandra guarda quella di Erika e prima dice "è uguale alla mia". Le viene fatto notare che in questa è scritto tremilaseicento*

*mentre nella sua milleseicento. La differenza semantica delle due scritte viene messa in evidenza chiedendo ad Alessandra di disegnare ex novo 1600 lire (Fig. 2.4). Si accorge così che due nomi dei numeri corrispondono a gruppi di monete diverse. Notare questo è stato importante. Successivamente viene chiesto alla bambina di rappresentare in altri due modi 3600 lire*

### **Discussione relativa alle situazioni didattiche 1 e 2**

\* Le monete del sistema costituiscono lo strumento che nel contesto d'uso media l'attività di conta.

I bambini contano spostando le monete sullo schermo e raggruppandole in una nuova posizione.. L'aspetto di percezione e l'aspetto motorio legato allo spostamento delle monete giocano un ruolo importante nel favorire il controllo del comportamento nell'attività di conta. La possibilità di raggruppare le monete è importante inoltre per costruire strutture che possono semplificare l'attività di conta: due monete da 50 possono essere messe una sopra l'altra per formare un gruppo da 100 ; 10 monete da 100 possono essere messe in una fila a formare un gruppo da 1000.

La conta orale accompagna l'attività di spostamento o di puntamento con il mouse delle monete.

Il dialogo con l'insegnante nell'attività di conta è importante per indirizzare l'alunno a utilizzare in modo produttivo ed efficace le azioni di spostamento , di raggruppamento e di puntamento delle monete. Il dialogo con l'insegnante è inoltre importante per l'acquisizione del meccanismo della sequenza di conta : “cento, duecento trecento.... dieci cento... no... si dice mille; millecento, milleduecento.....”

Nella primissima fase, la sequenza di conta è piuttosto instabile: il bambino, per esempio, può arrivare a contare sino a 600 e poi aggiungere due monete da 100 pronunciando oralmente 602; si incontrano difficoltà nel passaggio di ordine di grandezza ecc.

\* Quale è il ruolo mediatore delle monete del sistema ARI-LAB nell'attività di conta?

Rispondere a questa domanda significa analizzare più approfonditamente la differenza tra mediazione offerta dalle monete concrete e da quelle disponibili attraverso il sistema.

Le monete del sistema ARI-LAB sono "oggetti" che al pari delle monete concrete possono essere utilizzate come strumento per supportare l'attività di conta che è fondamentalmente legata ad una pratica orale. Esse pertanto sono degli strumenti che permettono al bambino di controllare, dall'esterno, il proprio comportamento durante la verbalizzazione che accompagna la conta.

In secondo luogo le monete sono strumento che permettono al bambino di controllare, dall'esterno, la messa in atto di strategie di conta in relazione ad un obiettivo. Per esempio dovendo formare un totale di 650 lire, un bambino può utilizzare le monete di 100, 200, 500 lire disponibili come strumento per controllare dall'esterno il proprio comportamento durante la messa in atto di una strategia di conta adeguata all'obiettivo.

Da questo punto di vista le monete del sistema ARI-LAB sembrerebbero non aggiungere nulla alle potenzialità di mediazione offerte dalle monete concrete.

Ma le monete di ARI-LAB possono essere viste anche come un sistema di segni che durante l'attività di conta con l'oggetto moneta genera contestualmente rappresentazioni.

La situazione 2 e la successiva situazione 4, in cui l'alunno deve dar conto dell'ammontare complessivo di un numero elevato di monete, hanno messo in evidenza l'importanza di una strategia rappresentativa quale strumento mediatore per consentire al bambino di mantenere sotto controllo la modalità della conta (è importante iniziare a contare dalle monete di valore maggiore), il passaggio di ordine di grandezza, l'ammontare via via contato. Le nostre osservazioni circa il ruolo della rappresentazione con le monete per lo sviluppo della capacità di contare sono in accordo con altre esperienze didattiche come quella del Gruppo di Ricerca

in Didattica della Matematica di Genova, nelle quali all'attività con le monete reali si accompagna sin dall'inizio un'attività rappresentativa con i segni delle monete.

I segni delle monete introducono un differente modo di riflessione che non è possibile condurre con le monete reali. La mediazione del segno delle monete coinvolge infatti una doppia prospettiva, il mondo degli oggetti e il mondo dei simboli. La prospettiva del mondo degli oggetti è legata alla possibilità di controllare l'equivalenza monetaria che si stabilisce tra le monete nel corso dell'attività (due monete da 50 fanno una moneta da 100, 10 monete da 100 fanno mille lire...) e l'aspetto operativo di conta. La prospettiva del mondo dei simboli è connesso al riconoscimento che il segno di una moneta ha un senso che è dato dalla sua capacità di determinare il senso delle espressioni di cui è parte, in accordo con il motivo e l'obiettivo dell'attività.

E' solamente nella prospettiva della moneta come simbolo che è possibile una evoluzione delle capacità di conta del bambino, cioè per lo sviluppo delle capacità di anticipazione e pianificazione che sono necessari nelle attività di conta complesse e successivamente nella soluzione di problemi di struttura additiva e moltiplicativa.

\* Stabilita l'importanza della prospettiva simbolica ai fini dell'evoluzione dell'attività, dobbiamo precisare in che cosa differisca l'attività con i segni delle monete in ARI-LAB da quella che si può realizzare sulla carta con la penna.

A differenza delle rappresentazioni che possono essere realizzate sulla carta, che sono statiche, le rappresentazioni in ARI-LAB hanno un carattere dinamico perché, come già messo in evidenza, una nuova dimensione caratterizza il sistema di segni delle monete disponibile con il sistema: il movimento. Inoltre l'interfaccia del micromondo rende sempre disponibile all'utente le icone delle monete attraverso le quali avviene l'azione di generazione, supportando quindi, attraverso una possibilità di scelta, il processo di anticipazione che è soggiacente all'atto di generazione.

Nel contesto d'uso, e quindi nell'interazione con lo sperimentatore e con gli altri alunni, oltre che con la macchina, questa possibilità contribuiscono a mediare, dall'esterno, nuove possibilità di controllo del comportamento durante l'attività di conta. L'azione di spostamento unita all'azione di generazione producono risultati rappresentativi che possono andare oltre ciò che ha motivato l'azione di generazione e/o di spostamento. I risultati rappresentativi possono di conseguenza essere interpretati e quindi mediare nuove forme di controllo del comportamento dall'esterno, nel senso di suggerire nuove azioni sulla rappresentazione realizzata o possono essere utilizzate come strumento mediatore del dialogo tra insegnante e alunno e tra gli alunni.

L'introduzione del movimento nel sistema di segni delle monete offre la possibilità di compiere esplorazioni e sperimentazioni delle funzionalità offerte da questo sistema di segni per la costruzione di una strategia rappresentativa efficace per il compito di conta. Ciò è risultato di grande efficacia in questo ciclo di attività.

\* Un'altra questione importante che caratterizza questo primo ciclo di attività è connessa all'osservazione di difficoltà da parte dei bambini a tenere in memoria il risultato della conta con le monete (vedi situazione 1). Si tratta di un fenomeno generale, che abbiamo osservato in moltissimi bambini. Per esempio il bambino conta l'ammontare di un certo numero di monete e lo verbalizza oralmente con il numero seicentocinquanta. Si lasciano passare alcuni secondi e si chiede al bambino quanto era l'ammontare; il bambino non ricorda, deve contare nuovamente; se si lasciano passare alcuni secondi e si chiede al bambino di ripetere quanto era l'ammontare contato, nuovamente deve ricominciare a contare.

Il lavoro di Olson [\*] sul rapporto tra linguaggio orale e linguaggio scritto può esserci di grande aiuto per capire la ragione di questa instabilità nella memorizzazione. La tesi di Olson è che il linguaggio scritto non deve essere visto come una trascrizione

dell'orale ma piuttosto come un sistema che fornisce concetti e categorie in base alle quali si possono analizzare e portare alla coscienza proprietà e strutture presenti nel linguaggio orale.

In questa fase l'espressione orale del numero è per il bambino indifferenziata (il bambino non è in grado di cogliere alcuna struttura al suo interno) ed è quindi di conseguenza poco stabile anche sul piano della memoria. Per il ricordo del numero pronunciato oralmente il bambino può solamente contare sulla propria memoria di lavoro.

La situazione 3 è stata progettata proprio per favorire lo sviluppo della capacità di prendere coscienza delle struttura presente nella verbalizzazione orale del numero.

Nella situazione 3 le caratteristiche del compito e della particolare situazione comunicativa in cui esso si inserisce con la mediazione del sistema motivano verso la necessità di utilizzare la scrittura verbale del numero.

La sperimentazione compiuta ha messo in evidenza che attraverso la scrittura verbale del numero nell'ambito dell'attività gli studenti hanno potuto ricavare un insieme di concetti e di categorie distintive, in base alle quali hanno potuto diventare coscienti delle proprietà strutturali del numero pronunciato oralmente.

Il vantaggio si è immediatamente manifestato immediatamente anche sul terreno della memoria.

### **Situazione didattica 3**

Agli alunni è stata proposta la seguente attività nella quale ciascun bambino, per mezzo della rete locale, era in comunicazione con un altro bambino della classe.

"Un alunno deve genera monete per un ammontare dato e, tramite l'ambiente di comunicazione, invia ad un altro allievo collegato con lui un messaggio in cui indica l'ammontare generato e le monete che ha utilizzato (es. 1 da mille, 3 da cento, ecc.).

Quest'ultimo deve riprodurre lo stesso ammontare utilizzando complessivamente monete diverse e inviare la descrizione analitica

del suo ammontare al suo interlocutore . Questo “gioco” prosegue fino a che uno dei due sbaglia oppure non riesce più a trovare nuove combinazioni di monete. La regola che occorre seguire é che non si possono riprodurre rappresentazioni già realizzate. Se un alunno invia una rappresentazione errata (rispetto all'ammontare stabilito) e il suo compagno se ne accorge, quest'ultimo vince. E' stata introdotta anche la possibilità del bluff: inviare deliberatamente una rappresentazione errata, se il proprio interlocutore non se ne accorge, vince chi ha bluffato se lo fa immediatamente rimarcare al compagno."

La situazione in esame è stata progettata per favorire un coordinamento tra la rappresentazione del numero attraverso le monete (nel micromondo monete) , la sua rappresentazione verbale scritta unita alla rappresentazione con monete ( nel quaderno soluzione), e la scomposizione del numero verbale scritto nelle sue componenti strutturali (nell'ambiente di comunicazione).

Questa attività, che sfrutta la possibilità di comunicazione offerta dal sistema, consente la messa in atto di funzioni cognitive importanti quali il controllo sull'attività realizzata non solo dall'utente stesso ma anche dal suo interlocutore, e quindi la messa in atto di un meccanismo di anticipazione, eventualmente corredato dalla ricerca di una strategia di gioco vincente.

Queste funzioni sono supportate dalle particolari caratteristiche dell'interazione mediata dal sistema che mettono a disposizione dei due alunni lo stesso micromondo per:

- trovare il modo in cui rappresentare i totali stabiliti;
- controllare la correttezza o meno dell'ammontare inviato

Di seguito riportiamo la registrazione della comunicazione che si è sviluppata fra due alunni e le soluzioni scritte nell'ambiente per la costruzione della soluzione dai due alunni.

Il compito era formare le cifre 1450 e 2350.

### Protocollo di osservazione 3

*Il testo della comunicazione che segue è stato registrato automaticamente dal sistema.*

*"ALESSANDRA-L -> Collegamento effettuato 7-02-95 9:34 <-*

*ALESSANDRA-L -> 1 da mille*

*2 da duecento*

*1 da cinquanta <-*

*MARCELLO-P -> hai sbagliato <-*

*ALESSANDRA-L -> Una banconota da 1000*

*2 da duecento*

*1 da cinquanta*

*fa mille quattrocentocinquanta*

*hai sbagliato tu <-*

*MARCELLO-P -> hai ragione <-*

*ALESSANDRA-L -> 2 da mille*

*3 da cento*

*1 da cinquanta <-*

*MARCELLO-P -> due da mille, una da duecento, una da cento*

*una da cinquanta <-*

*MARCELLO-P -> è giusto <-*

*ALESSANDRA-L -> hai fatto giusto <-*

*MARCELLO-P -> Due banconote da mille*

*sette da cinquanta <-*

*MARCELLO-P -> Quattro da cinquecento*

*una da duecento*

*una da cento*

*una da cinquanta <-*

*ALESSANDRA-L -> 10 da cento*

*5 da duecento*

*3 da cento*

*1 da cinquanta <-*

*Ecco come Alessandra è arrivata a realizzare l'ultimo l'ammontare che ha poi comunicato a Marcello.*

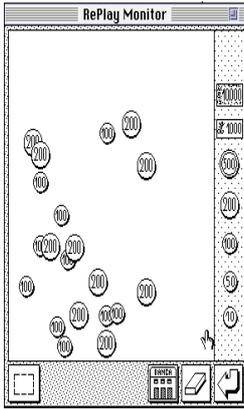


Fig. 3.1

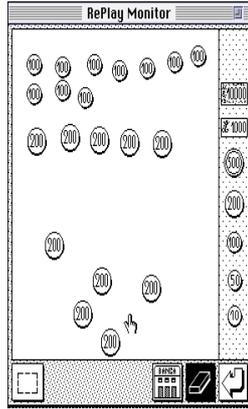


Fig. 3.2

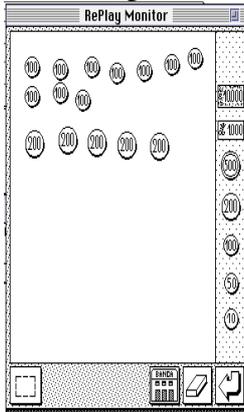


Fig. 3.3

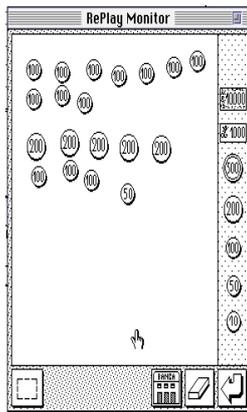


Fig. 3.3

*Le figure precedenti visualizzano il modo in cui la bambina è giunta a proporre quella soluzione.*

*Si vede (Fig. 3.1) che all'inizio la bambina non è in grado di realizzare una vera e propria anticipazione. Ella comunque comincia a darsi una strategia : comincia ad usare le monete da 100 e utilizza alcune conoscenze relative all'equivalenza tra monete (10 da 100 fanno mille). Quindi sceglie di utilizzare monete da 200, però non controlla complessivamente l'ammontare (Fig. 3.2); incomincia a contare (Fig. 3.2), si accorge di aver generato troppe*

monete da 200, le cancella (Fig. 3.3), aggiunge le monete che mancano per realizzare l'ammontare voluto (Fig. 3.4).

E' importante osservare come attraverso l'interazione con il sistema la bambina sia in grado di controllare il proprio comportamento in relazione all'obiettivo da raggiungere. Ella contemporaneamente compie nuove esplorazioni rappresentative (per esempio 5 monete da 200 fanno 1000) che successivamente potranno essere nuovamente utilizzate.

La comunicazione continua nel modo seguente

MARCELLO-P -> è giustissimo bravissima <-

ALESSANDRA-L -> hai fatto giustissimo <-

MARCELLO-P -> Dieci da duecento

tre da cento

una da cinquanta <-

ALESSANDRA-L -> é giustissimo <-

ALESSANDRA-L ->

1 banconota da mille

13 da cento

1 da cinquanta <-

Vediamo come Alessandra è giunta a produrre questa soluzione.

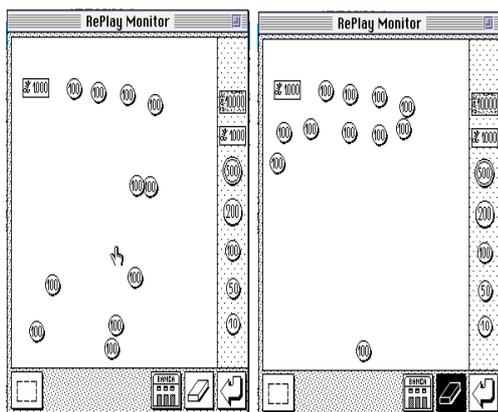


Fig. 3.5

Fig. 3.6

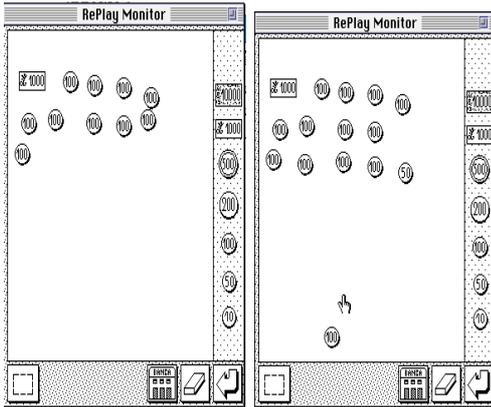


Fig. 3.7

Fig. 3.8

La bambina genera prima una banconota da 1000 e successivamente genera 11 monete da 100 (Fig. 3.5). Molto probabilmente perde il controllo della conta del numero di monete nella fase di generazione, in quanto certamente la bambina si proponeva di generarne 10 (vedi Fig. 3.7). Successivamente sposta le monete da 100 generate e le organizza in un gruppo da mille, lasciando in basso quella da 100 in eccedenza (FIG. 3.6). In Fig. 3.7 la bambina cancella la moneta da 100 in eccedenza il che testimonia che essa intendeva proprio generarne per un ammontare complessivo di 1000 lire e successivamente la rigenera per completare l'ammontare (Fig. 3.8).

MARCELLO-P -> 11 da duecento  
 una da cento  
 una da cinquanta <-  
 MARCELLO-P -> è giustisssimo <-  
 ALESSANDRA-L -> è sbagliato <-  
 MARCELLO-P -> Perché ho sbagliato <-  
 ALESSANDRA-L -> perché 11 da duecento fa duemila  
 una da cento fa duemilacento  
 e una da cinquanta fa duemilacentocinquanta <-  
 MARCELLO-P -> no!  
 Ti ho ingannato con 11 da duecento  
 che fa Duecentocinquanta <-  
 MARCELLO-P -> ho sbagliato!

### **Discussione relativa alla situazione didattica 3**

La situazione 3 mette in evidenza una particolare forma di dialogo tra gli studenti nell'ambito di una attività che per gli alunni ha anche aspetti ludici non trascurabili.

Come già detto la situazione in esame è stata progettata per favorire un coordinamento tra la rappresentazione del numero attraverso le monete (nel micromondo monete) , la sua rappresentazione verbale scritta unita alla rappresentazione con monete ( nel quaderno soluzione), e la scomposizione del numero verbale scritto nelle sue componenti strutturali (nell'ambiente di comunicazione).

Il contesto comunicativo legato al gioco ha sostenuto e motivato il coordinamento tra queste attività sia in fase di produzione che in fase di controllo e di verifica di quanto veniva inviato dall'interlocutore.

Il controllo delle strategie risolutive messe in atto dal proprio interlocutore ha fornito agli alunni copioni risolutivi che essi potevano utilizzare nell'elaborare la propria strategia. Ciò risulta evidente in molte soluzioni che si caratterizzano per una qualche piccola elaborazione e/o trasformazione della soluzione inviata dall'interlocutore e controllata dall'altro alunno. Nel gioco mediato dal sistema si realizza pertanto una forma di cooperazione intellettuale che appare particolarmente significativa per lo sviluppo dell'abilità di realizzare equivalenze monetarie;

In altri casi la strategia risolutiva appare più il risultato dell'interazione dell'alunno con il micromondo monete che offre possibilità di azione importanti per validare le proprie anticipazioni. I monitor di Alessandra bene rappresentano questo tipo di approccio risolutivo.

Il contesto comunicativo, nell'ambito della struttura del gioco, motiva la necessità di realizzare anticipazioni pertinenti per la formazione dell'ammontare richiesto.

Dai monitor riportati possiamo però notare come lo sviluppo della capacità di realizzare anticipazioni pertinenti avvenga gradualmente.

L'attività mediata dal sistema supporta tale sviluppo nel senso che fornisce strumenti di controllo e possibilità rappresentative che gradualmente portano il soggetto a distaccarsi da una strategia di costruzione dell'ammontare passo per passo, mediando il passaggio verso forme più evolute di anticipazione.

#### **Situazione didattica 4**

Testo del compito:

Anna apre il salvadanaio e trova: due banconote da 1000, cinque da 500, sei da 200 e 14 da 100. Disegna le monete che Anna possiede e conta quanti soldi ha in tutto.

#### Protocollo di osservazione 4

*Le immagini sotto riportate mettono in evidenza il modo in cui l'alunna organizza l'attività di generazione delle monete per trovare l'ammontare complessivo.*

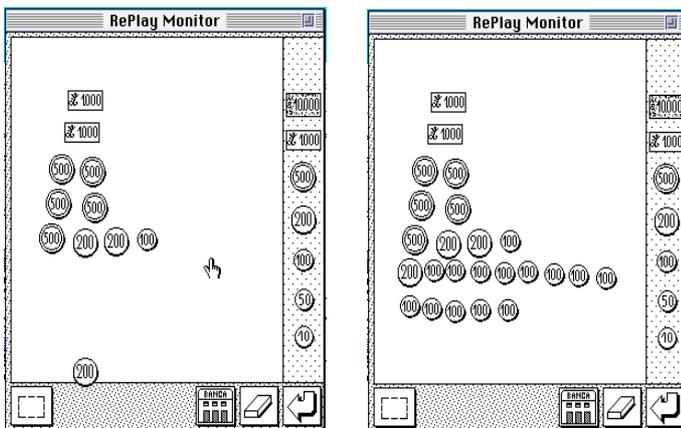


Fig. 4.1

Fig. 4.2

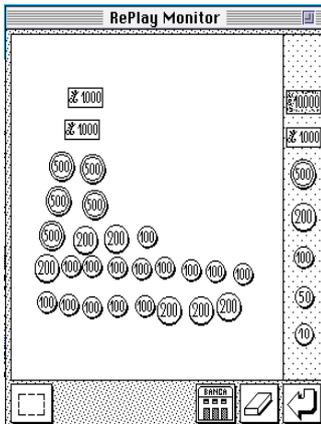


Fig. 4.3

*Si può notare come la bambina non generi prima le monete indicate dal testo per organizzarle successivamente in una struttura che le permetta una conta più facile; mentre genera le monete ella costruisce contestualmente una struttura rappresentativa che la possa agevolare nella conta.*

*Così dopo aver generato le monete da 1000 e da 500 ella comincia a generare le monete da 200. Si accorge che per terminare un gruppo da mille ha necessità di una moneta da 100. La genera e completa il gruppo da 1000 (Fig. 4.1). A tale riguardo è importante osservare che in una precedente attività la bambina trovandosi di fronte a una moneta da 500, 4 da 100, 2 da 200 aveva cominciato ad organizzarle in una sequenza posizionando le monete da 100 e quindi quelle da 200. Si era pertanto trovata in difficoltà perché non riusciva a completare un gruppo da 1000 e aveva commentato: "bisognerebbe tagliare una moneta da 200". In quella occasione lo sperimentatore aveva suggerito di provare a iniziare la sequenza con la moneta da 500. Con questa indicazione la bambina era pervenuta alla conta corretta. Nella situazione in esame la bambina dimostra di aver interiorizzato l'indicazione*

fornita dallo sperimentatore. Ciò le ha permesso di formare l'ultimo gruppo da 1000 del frame 1 in modo corretto. Quindi continua generando una nuova moneta da 200 e organizza un nuovo gruppo da 1000 utilizzando monete da 100 (Fig. 4.2). Continua a generare monete da 100 e quindi termina anche la generazione delle monete da 200 (Fig. 4.3).

Colpisce come in questa situazione la bambina riesca a mantenere sotto controllo il numero di monete generato e da generare e l'ammontare totale del gruppo di monete che intende formare.

La visualizzazione offerta dal sistema favorisce e media l'attività di controllo della bambina. Osserviamo inoltre che le opportunità di scelta offerte dall'interfaccia per l'azione di generazione mediano la possibilità di perseguire l'obiettivo.

Riportiamo di seguito il quaderno di soluzione della bambina dove emerge per la prima volta il tentativo di esprimere l'ammontare utilizzando la scrittura in cifre dei numeri.

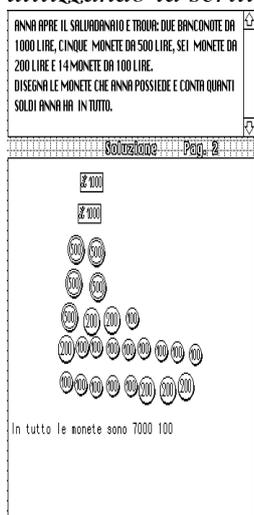


Fig. 4.4

A tale riguardo è importante osservare che nelle situazioni precedenti, all'interno dei testi dei problemi proposti (4 in tutto) la

bambina è stata esposta all'uso della scrittura decimale dei numeri sempre accompagnata dalla rappresentazione verbale scritta. Nessun insegnamento sistematico è stato realizzato relativamente alla scrittura posizionale del numero.

Nei due problemi successivi la bambina continuerà ad utilizzare questo modo di scrittura come è testimoniato nelle due successive figure

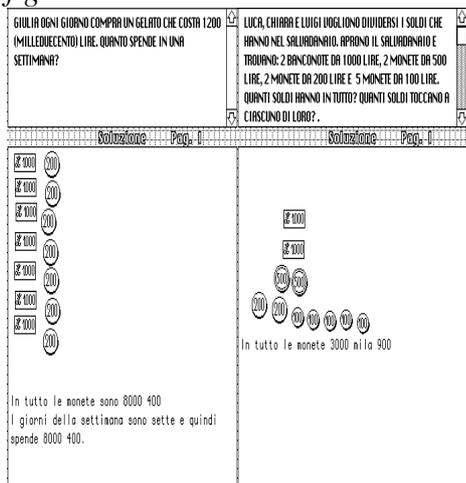


Fig. 4.5

Fig. 4.6

#### Discussione relativa alla situazione didattica 4

Nelle precedenti attività mediate dal sistema la bambina entra in rapporto con il sistema di numerazione decimale. Negli esempi riportati ella prova ad utilizzare "in modo creativo" questo sistema di rappresentazione in base ad un sistema di regole additivo che risulta essere una proiezione della sua passata esperienza con le monete e la scrittura verbale del numero.

La sua azione produce pertanto dei risultati che nella relazione con lo sperimentatore all'interno del contesto d'uso fanno emergere contraddizioni. La contraddizione è connessa ai due differenti sistemi di regole che vengono usati dalla bambina e dallo sperimentatore nella scrittura dei numeri in cifre. La relazione con

lo sperimentatore porta all'oggettivazione di un nuovo bisogno che motiva ed espande il ciclo di attività. L'espansione porta ad una trasformazione dell'oggetto dell'attività di insegnamento/apprendimento che in questo ciclo diventa lo sviluppo della capacità di utilizzare le regole socialmente condivise della scrittura posizionale decimale dei numeri.

Il sistema ARI-LAB offre la possibilità di realizzare efficacemente l'espansione. L'introduzione del micromondo abaco permette di coinvolgere la bambina in un "gioco" rappresentativo in cui le regole non sono più quelle di tipo additivo da lei utilizzate nelle passate esperienze e da lei proiettate sulla notazione in cifre del numero ma quelle della scrittura posizionale dei numeri.

Nel "gioco" rappresentativo con il micromondo abaco il sistema permette alla bambina di coordinare l'attività con le monete (in base alla quale la bambina è in grado di dare significatività alle grandezze numeriche in gioco) con quella con l'abaco.

Il coordinamento è favorito dalla possibilità di mantenere nello stesso spazio di lavoro i due tipi di rappresentazione e di agire su ciascuna di esse.

L'esempio sotto riportato esemplifica l'introduzione del micromondo abaco nel ciclo di attività.

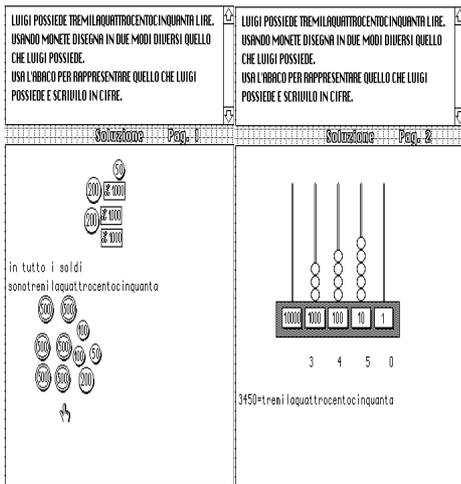


Fig. 4.7

Fig. 4.8

## 2.2 Secondo ciclo di attività

Oggetto del ciclo di attività: capacità di risolvere problemi di struttura additiva operando nei micromondi del sistema e di rappresentare la soluzione realizzata anche attraverso il linguaggio verbale scritto e i simboli dell'aritmetica

Obiettivi dell'attività:

- Sviluppo della capacità di usare il sistema di segni delle monete per esprimere il sistema di interconnessioni coinvolte nei problemi di struttura additiva e moltiplicativa.
- Sviluppo della capacità di usare il linguaggio verbale scritto per descrivere la strategia risolutiva messa in atto nel micromondo monete.
- Sviluppo della capacità di usare il sistema di segni dell'aritmetica per tradurre le strategie descritte verbalmente in espressioni aritmetiche.

Compiti:

Problemi di struttura additiva e moltiplicative risolubili con diverse strategie: totale-parte-resto; completamento; contenzza; partizione. I problemi riguardavano tutti attività di compravendita.

Micromondi utilizzati:

"monete"; "abaco";

Nel seguito riportiamo una serie di esempi tratti dalle sperimentazioni che abbiamo realizzato che mettono in luce la mediazione che il sistema ha fornito nella realizzazione di strategie risolutive e nella costruzione di un significato per i simboli aritmetici.

**Situazione didattica 5**

*PROBLEMA*

MARIA VUOLE COMPERARE UNA MATITA CHE COSTA 1700 (MILLESETTECENTO) LIRE E UN QUADERNO CHE COSTA 2400 (DUEMILAQUATTROCENTO) LIRE. DISEGNA I SOLDI CHE SERVONO A MARIA PER COMPERARE LA MATITA E IL QUADERNO. QUANTO SPENDE IN TUTTO MARIA?

Protocollo di osservazione 5

*L'alunno incomincia col disegnare 1700 lire, poi le copia nel quaderno (fig. 1), quindi le cancella. Disegna poi le 2400 lire ma sbaglia: disegna una moneta da 200 anziché due banconote da 1000 (fig. 2); se ne accorge, cancella e disegna due banconote da 1000 (fig. 3). Quindi genera di nuovo le 1700 lire che prima aveva cancellato. Muove poi le monete sullo schermo e le raggruppa diversamente (Fig. 4). Realizza un raggruppamento per gruppi da mille lire (Fig. 5); sposta ancora le monete sullo schermo (Fig. 6); copia sul quaderno quanto ottenuto.*

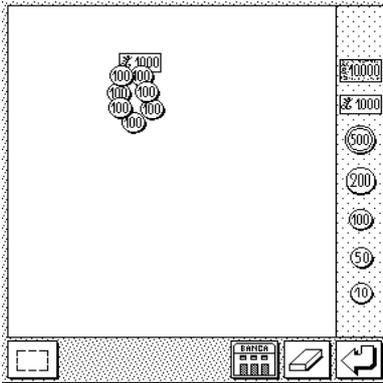


Fig. 5.1

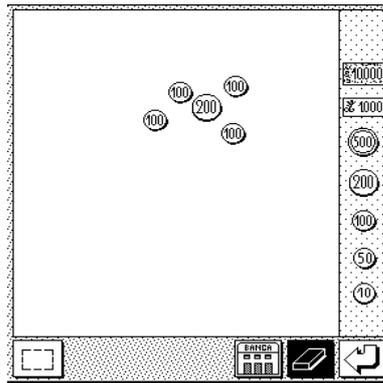


Fig. 5.2

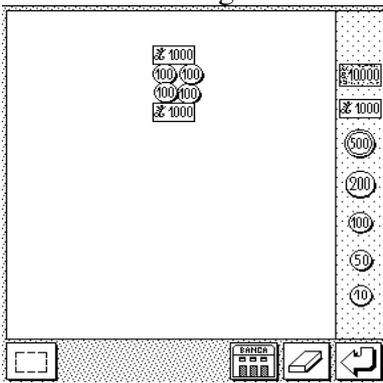


Fig. 5.3

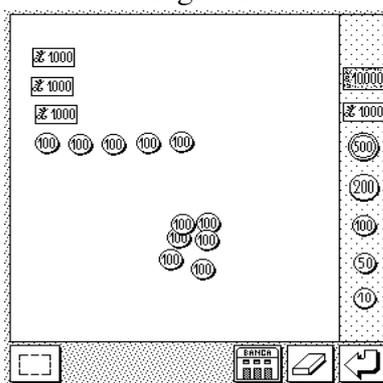


Fig. 5.4

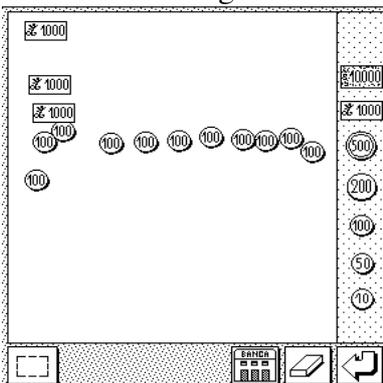


Fig. 5.5

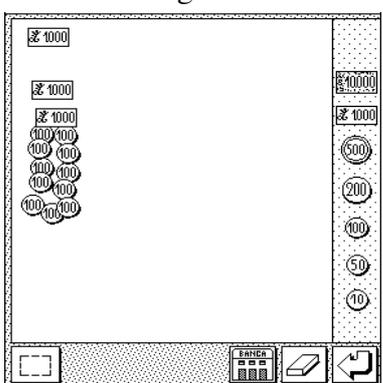


Fig. 5.6

Il comportamento di questo alunno è molto tipico. Molti alunni infatti dopo aver generato le 1700 lire le copiano sul quaderno e le cancellano dall'ambiente monete. Quindi i bambini generano le 2400 lire. A questo punto non sanno poi come ottenere l'ammontare complessivo. Questo si è osservato sia nella classe di Bolzaneto che in quella di Canonero. In quest'ultima classe il problema è stato ripreso in una discussione comune dove lo sperimentatore ha chiesto come si possa sapere quanto si spendeva in tutto.

*Alessandra osserva: "dobbiamo contarle insieme" ma sembra che voglia contare nel quaderno soluzione.*

*Marcello dice: "andiamo dove generiamo le monete e generiamo 1700 e 2400 (lui prima aveva cancellato tutto) e poi contiamo tutto assieme".*

### **Situazione didattica 6**

#### *PROBLEMA*

TU VUOI COMPERARE UNA LATTINA DI COCA-COLA CHE COSTA 2000 (DUEMILA) LIRE, UN PACCHETTO DI PATATINE CHE COSTA 1200 (MILLEDUECENTO) LIRE E UN UOVO DI CIOCCOLATO CHE COSTA 700 LIRE. TU HAI 3000 (TREMILA) LIRE. QUANTI SOLDI TI MANCANO PER COMPERARE TUTTE QUESTE COSE?

#### *Protocollo di osservazione 6*

*L'alunno disegna le monete per comperare tutte le cose richieste e le mette tutte assieme (Fig. 6.1), poi genera anche tre banconote da 1000 lire (Fig. 6.2). Copia i due gruppi di monete separatamente sul quaderno. Poi cancella le tre monete da 1000 lire (Fig. 6.3). Sposta una moneta da 200 lire (Fig. 6.4) e copia le 900 lire sul quaderno.*

*La soluzione finale è riportata in Fig. 6.5*

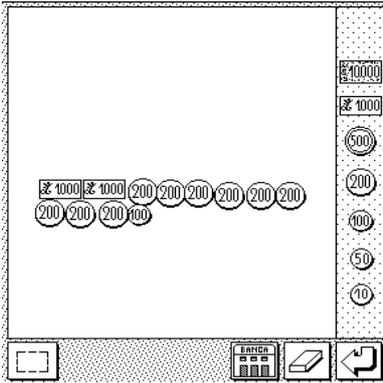


Fig. 6.1

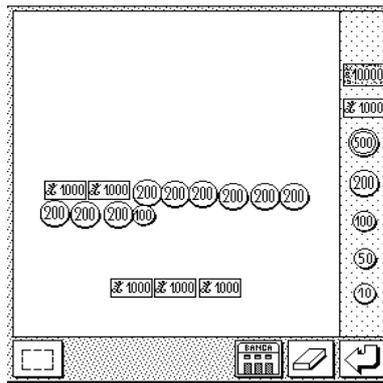


Fig. 6.2

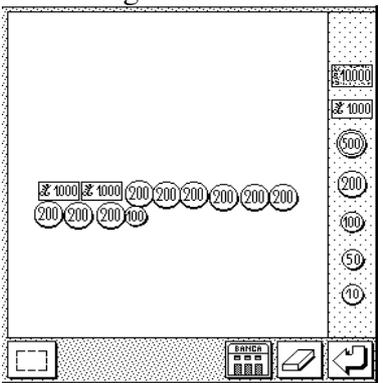


Fig. 6.3

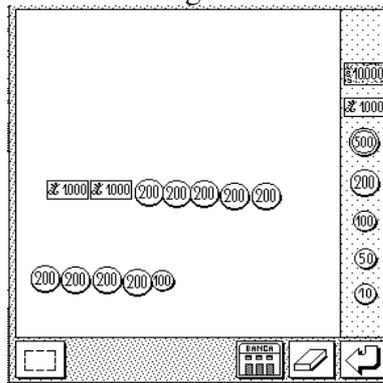
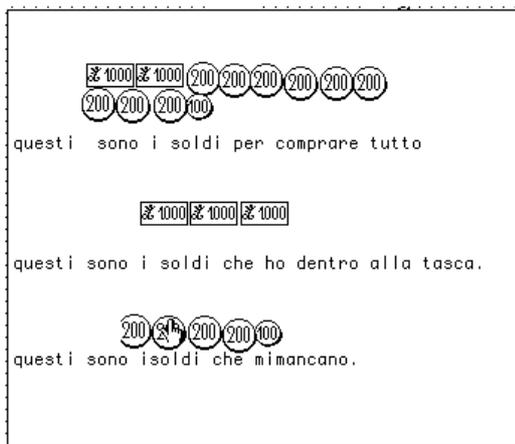


Fig. 6.4



## Situazione didattica 7

### PROBLEMA

UN BIGLIETTO DELL'AUTOBUS COSTA 1300 LIRE. QUANTI BIGLIETTI DELL'AUTOBUS SI POSSONO COMPERARE CON 10000 LIRE?

### Protocollo di osservazione 7

*L'alunno genera una banconota da 10.000 lire. Entra ed esce un paio di volte dalla banca senza fare niente. Poi finalmente la cambia con 10 banconote da 1000 lire. Le incolonna e da queste ne seleziona una e la cambia con la banca (Fig. 7.1) in monete da 100. Con le monete ottenute inizia a fare gruppetti di 1300 lire l'uno, finché non ha più abbastanza monete. Cambia un'altra banconota da mille in monete da 100 (Fig. 7.2), e continua a fare gruppetti. Infine cambia un'altra banconota da 1000 in monete da 100. Sposta e poi copia.*

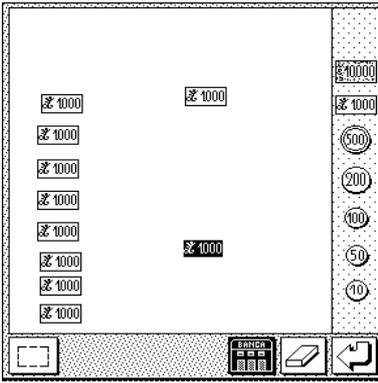


Fig. 7.1

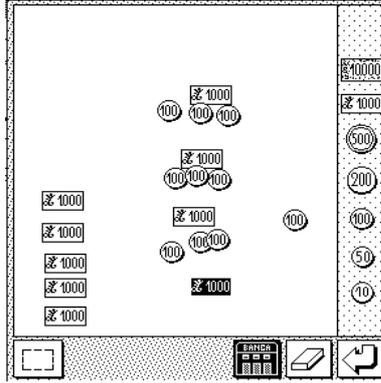


Fig. 7.2

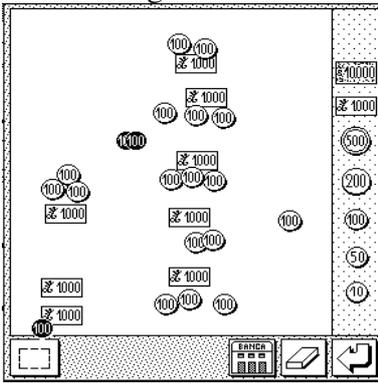


Fig. 7.3

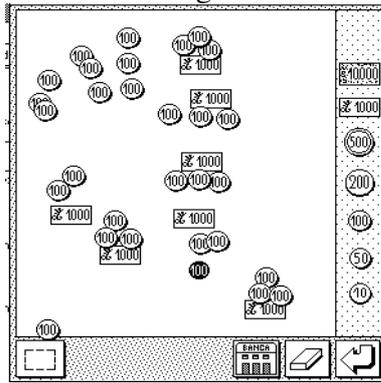


Fig. 7.4

La soluzione registrata è la seguente:

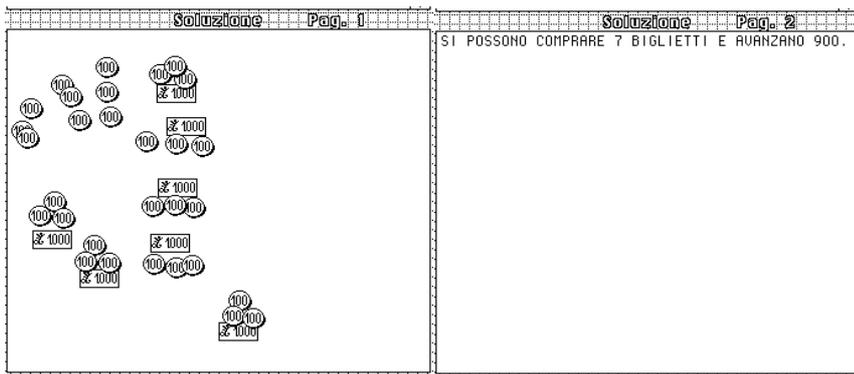


Fig. 7.5

Fig. 7.6

### Discussione relativa alle situazioni didattiche 5 - 6 - 7

Gli esempi delle situazioni didattiche riportate mettono ben in evidenza come le caratteristiche di forma e interattività del micromondo monete (generazione, movimento, cambio, ecc.) siano in grado di mediare lo sviluppo di capacità nel problem solving aritmetico che, in questa fase, si esplica nella capacità di cogliere significati diversi nelle rappresentazioni che inizialmente vengono effettuate unicamente per aderire alle indicazioni del testo dei problemi proposti. E' cioè possibile, avvalendosi dell'interazione con la macchina, utilizzare le monete per esplicitare il sistema di interconnessioni che é soggiacente all'enunciato di un problema. Questo sistema di interconnessioni, attraverso l'interazione con la macchina, può essere esplicitato sfruttando efficacemente il patrimonio di conoscenze che si basano sull'esperienza cinestetica e percettiva possedute dall'utente, oltre che quelle relative all'uso di monete negli scambi economici . E' cioè possibile per l'alunno agire sulle monete utilizzate e, per effetto delle azioni, prima fra tutte quelle di generazione e di movimento, produrre risultati rappresentativi in grado di rendere esplicito il sistema di interconnessioni relativo alla situazione problematica data. L'esplicitazione e la conseguente interpretazione del sistema di interconnessioni sono legate al riconoscimento di significati diversi

nelle rappresentazioni come conseguenza delle azioni effettuate sulla rappresentazione di partenza.

Per esempio, in un problema di struttura additiva, il movimento delle monete consente di esplicitare il legame che si stabilisce fra parti e totale complessivo. In un problema di struttura moltiplicativa il cambio di monete e il loro raggruppamento nello spazio di lavoro può permettere di rendere esplicita una strategia di partizione.... La significatività dei legami che si vengono a generare nello spazio di lavoro tra i gruppi di monete, relativamente alla situazione problematica data, può essere riconosciuta dall'utente, o messa in evidenza da un compagno o dall'insegnante, sfruttando le peculiari caratteristiche percettive e di movimento offerte dal sistema.

Nel seguito riporteremo una serie di esempi in cui verrà messo in evidenza come questa potenzialità offerta dal sistema possa essere il risultato della mediazione offerta dal sistema nell'interazione con l'insegnante o con gli alunni della classe.

### **Interazione con l'insegnante e con gli altri alunni mediata dal sistema**

Tutti i processi descritti precedentemente si realizzano attraverso l'interazione, mediata dal sistema, con l'insegnante e con gli altri alunni. Nel seguito riportiamo alcuni esempi di come queste interazioni si siano effettivamente realizzate durante le sperimentazioni del sistema ARI-LAB. Utilizziamo a questo proposito i protocolli di osservazione diretta raccolti durante la sperimentazione con la seconda elementare di Canonero.

### **Situazione didattica 8**

#### *PROBLEMA*

UN BIGLIETTO DELL'AUTOBUS COSTA 1300 LIRE. CARLA VUOLE  
COMPERARE UN BIGLIETTO DELL'AUTOBUS PER ANDARE A  
SCUOLA E UNO PER TORNARE A CASA. CARLA HA 2750  
(DUEMILASETTECENTOCINQUANTA) LIRE NEL BORSELLINO.  
DISEGNA I SOLDI CHE CARLA HA NEL BORSELLINO. DISEGNA I

SOLDI CHE RIMANGONO NEL BORSELLINO DOPO AVER  
COMPERATO I BIGLIETTI E RAPPRESENTALI CON L'ABACO.

Protocollo di osservazione della situazione didattica 8

Marcello prima ha generato 2600 lire. Poi ha copiato nel quaderno soluzione e ha cancellato dall'ambiente monete. Ha generato le 2750 lire, le ha copiate, e le ha cancellate dall'ambiente monete.

Poi ha cercato di rispondere alla domanda di quanto resta, facendo i calcoli a mente (poiché, avendo cancellato, non aveva altra possibilità). Dice: 350. Il risultato del calcolo mentale viene rappresentato con le monete e copiato nel quaderno soluzione.

A questo punto lo sperimentatore chiede a Marcello di far vedere come era arrivato al risultato.

Marcello ha cercato di rispondere di nuovo con i calcoli a mente.

Lo sperimentatore ha chiesto di mostrare il procedimento seguito nell'ambiente monete, Marcello non sapeva come fare.

Lo sperimentatore ha suggerito di provare a generare di nuovo le 2750 lire.

Siccome però Marcello aveva ancora difficoltà, lo sperimentatore ha chiesto di dire che cosa rappresentassero quei soldi generati nell'ambiente monete, ha poi chiesto di mettere in una zona distinta del video i soldi per il biglietto dell'autobus.

Marcello tentennava e incominciava a generare altri soldi per i biglietti, allora lo sperimentatore gli ha suggerito una messa in scena della situazione: "questi sono i soldi che hai nel portafoglio, io sono il tabaccaio, mettimi qui i soldi per i biglietti".

A questo punto Marcello dice "haa! devo spostare" e capisce il procedimento e quindi arriva alla soluzione.

**Situazione didattica 9**

**PROBLEMA**

ANGELA POSSIEDE 8200 LIRE. VUOLE ANDARE AL LUNA PARK.  
LA MAMMA RICORDA AD ANGELA CHE DEVE RISPARMIARE 1300



*duecento, ma ne posso cambiare con cento. Ne tolgo uno da duecento e ne prendo due da cento." Quindi mette da parte 1300 lire e scrive "questi sono i soldi per il biglietto. Al L.P. si può spendere 6900."*

### **Discussione sulle situazioni didattiche 8 e 9**

Il protocollo 9 mostra come il testo del problema della situazione 9 debba poter essere collocato dal bambino in un progetto da lui stesso elaborato e controllato perché egli possa coglierne . La "messa in scena" serve per comunicare con il bambino. Il bambino e l'insegnante giocano due ruoli distinti che sono entrambi riconosciuti come significativi rispetto al compito e funzionali al riconoscimento di significati per i processi messi in atto. In questo caso si osserva come la ristrutturazione della situazione problematica realizzata dallo sperimentatore, sulla base delle potenzialità offerte dal sistema, ("questi sono i soldi che hai nel portafoglio, io sono il tabaccaio, mettimi qui i soldi per i biglietti"), si possa vedere come un contributo innovativo al dialogo che è stato in grado di produrre nel bambino una risposta (un'eco) significativa rispetto al sapere oggetto di apprendimento. Infatti ha portato un contributo che ha consentito al bambino di anticipare l'azione da intraprendere ed il suo significato. Il bambino cioè anticipa una rappresentazione significativa dei dati in suo possesso ed un modo per ottenere tale rappresentazione.

Nei due protocolli si nota come nell'interazione emerga la graduale costruzione del controllo dei significati da attribuire alla monete generate ed del modo in cui realizzare la soluzione.

Nel protocollo 8 si osserva come la ristrutturazione della situazione problematica realizzata dallo sperimentatore, sulla base delle potenzialità offerte dal sistema, ("questi sono i soldi che hai nel portafoglio, io sono il tabaccaio, mettimi qui i soldi per i biglietti"), costituisca un contributo in grado di produrre nel bambino una risposta pertinente in termini di anticipazione dell'azione da

intraprendere e del suo significato in relazione alla situazione di enunciazione del problema.

Nel protocollo \* si nota come il contributo portato da Erika: "io cambio uno da mille con tutte da cento, ma ci vuole tanto tempo!", consenta ad Alessandra di anticipare il futuro oggetto dell'attività "così si può fare 1300" ed il suo significato rispetto ai dati iniziali. In altre parole il dialogo consente ad Alessandra di esplicitare una strategia pertinente per la soluzione del problema..

Simona riesce ad entrare in risonanza con il contenuto innovativo introdotto da Erika e poi da Alessandra nel dialogo, solo dopo aver reso concreto quel dialogo per mezzo delle possibilità rappresentative offerte dal micromondo monete. In altre parole, Simona non è in grado di cogliere immediatamente la portata dell'innovazione sulla base della descrizione verbale ma ha bisogno della mediazione di un altro sistema di rappresentazione (quello delle monete) per interpretare le unità elementari significanti (parti e totale) espresse nel linguaggio verbale in un altro sistema di segni. Questo passaggio è stato cruciale per Simona e le ha permesso di non perdere la portata innovativa contenuta nel dialogo.

Il protocollo sopra riportato mette in luce anche un altro aspetto importante: il ruolo giocato dalla verbalizzazione nella costruzione di strategie risolutive di problemi.

In questo caso il dialogo ha portato progressivamente all'oggettivazione di un nuovo bisogno (quello di affiancare la rappresentazione del procedimento risolutivo realizzato con le monete con una descrizione verbale) ed ha creato le premesse per un'evoluzione dell'attività.

La necessità di una evoluzione nel sistema di attività (finora si è essenzialmente basato sull'utilizzo dei segni del micromondo monete) era emersa come un'esigenza forte anche nella prima sperimentazione del sistema, quella realizzata con i bambini sordi. In quel caso, l'evoluzione dell'attività era stata indotta da una

ristrutturazione dei compiti assegnati ai bambini. Era stato chiesto loro di utilizzare le opportunità di comunicazione offerte da ARI-LAB per descrivere il procedimento seguito per risolvere un problema. Questa ristrutturazione dell'attività rispondeva alle forti esigenze comunicative dei bambini, tanto é vero che alla comunicazione con il compagno i bambini dedicavano molto tempo e la inframmezzavano spesso di osservazioni personali. Questo nuovo modo di porre il compito si é rivelato fondamentale per loro per superare un atteggiamento passivo rispetto al testo che si era messo in luce nelle prime lezioni. Infatti i bambini spesso rappresentavano i dati indicati nel problema ma poi si fermavano, muovevano le monete per ottenere immagini visivamente gratificanti (una farfalla, un fiore) ma non andavano oltre se non con un notevole aiuto da parte dello sperimentatore.

### **Evoluzione dell'attività: Situazione didattica 10**

In questa fase dell'attività agli alunni viene richiesto di convertire la soluzione realizzata nei micromondi nel linguaggio verbale scritto e nei segni dell'aritmetica.

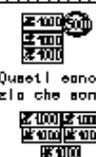
Riportiamo di seguito alcuni protocolli che evidenziano il modo in cui gli alunni hanno risposto alla consegna.

*Protocollo situazione didattica 10*

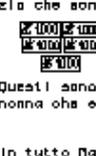
**Problema**

PER IL COMPLEANNO MARIELLA RICEVE DALLA ZIA TREMILACINQUECENTO LIRE E DALLA NONNA CINQUEMILA LIRE. CON QUESTI SOLDI MARIELLA VUOLE COMPRARSI UNA MAGLIETTA CHE COSTA NOUEMILADUECENTO LIRE. MARIELLA PUO' COMPRARE LA MAGLIETTA? DISEGNA CON ARABICI LE MONETE QUANTO LE MANCA. DISEGNA CON ARABICI

**Soluzione** **Pagina** 3



Questi sono i soldi che Mariella riceve dalla zia che sono 3500



Questi sono i soldi che Mariella riceve dalla nonna che sono 5000

In tutto Mariella riceve dalla nonna e dalla zia 8500

per comprare la maglietta deve avere una da 500 e una da 200, che sarebbero 700 quelli che anco

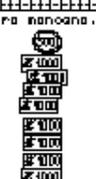
Fig. 10.1

**Problema**

PER IL COMPLEANNO MARIELLA RICEVE DALLA ZIA TREMILACINQUECENTO LIRE E DALLA NONNA CINQUEMILA LIRE. CON QUESTI SOLDI MARIELLA VUOLE COMPRARSI UNA MAGLIETTA CHE COSTA NOUEMILADUECENTO LIRE. MARIELLA PUO' COMPRARE LA MAGLIETTA? DISEGNA CON LE MONETE QUANTO LE MANCA. DISEGNA CON ARABICI

**Soluzione** **Pagina** 3

ra mancano.



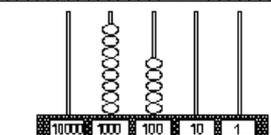
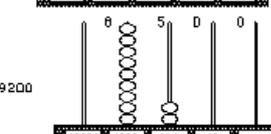
Questi sono i soldi che la hanno regalato la zia e la nonna.

Fig. 10.2

**Problema**

PER IL COMPLEANNO MARIELLA RICEVE DALLA ZIA TREMILACINQUECENTO LIRE E DALLA NONNA CINQUEMILA LIRE. CON QUESTI SOLDI MARIELLA VUOLE COMPRARSI UNA MAGLIETTA CHE COSTA NOUEMILADUECENTO LIRE. MARIELLA PUO' COMPRARE LA MAGLIETTA? DISEGNA CON LE MONETE QUANTO LE MANCA. DISEGNA CON ARABICI

**Soluzione** **Pagina** 3

9200

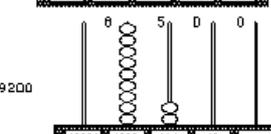


Fig. 10.3

**Problema**

PER IL COMPLEANNO MARIELLA RICEVE DALLA ZIA TREMILACINQUECENTO LIRE E DALLA NONNA CINQUEMILA LIRE. CON QUESTI SOLDI MARIELLA VUOLE COMPRARSI UNA MAGLIETTA CHE COSTA NOUEMILADUECENTO LIRE. MARIELLA PUO' COMPRARE LA MAGLIETTA? DISEGNA CON LE MONETE QUANTO LE MANCA. DISEGNA CON ARABICI

**Soluzione** **Pagina** 3

Descrivo la soluzione

Ho fatto i soldi che la zia gli ha regalato tremilacinquecento.

La nonna invece gli regala 5000.

In tutto Mariella riceve ottomilacinquecento.

Mariella vuole comprarsi una maglietta che costava 9200 per sapere quanta LE mancava ha aggiunto 9200 lire a 8500 e fa 9000 poi ha aggiunto 200 lire così Mariella poteva comprarsi la maglietta.

COME HAI FATTO A SCOPRIRE CHE MANCAVANO 700 LIRE?

Ho contato i soldi che a Mariella gli hanno regalato e sono 8500 poi Mariella è andata dalla nonna e le ha detto che mancavano le 200 e le 500 (700)

Fig. 10.4



Fig. 10.5

### **Discussione relativa alla situazione didattica 10**

Nella soluzione riportata nelle figure precedenti si nota come la bambina debba coordinare sistemi di rappresentazione diversi e attuare processi di conversione fra questi: monete, abaco, descrizione verbale, descrizione aritmetica.

La mediazione fornita dal sistema all'attività di conversione tra i diversi registri di rappresentazione si basa principalmente sulla visualizzazione contemporanea sullo schermo del quaderno soluzione e dell'ambiente micromondo, sulla possibilità di scrittura nell'ambiente soluzione, sulla presenza, nello stesso layout di interfaccia, dell'ambiente di comunicazione che consente, come abbiamo già visto in esempi precedenti, di inviare e ricevere descrizioni verbali e simboliche ed esempi di soluzione.

Le figure del protocollo 10 sono riferite ad una soluzione nella quale è coinvolta una strategia di completamento. Si noti come ci sia un pieno accordo tra la soluzione realizzata nel micromondo monete, la descrizione verbale e la soluzione con i segni dell'aritmetica. In particolare la soluzione aritmetica segue puntualmente la descrizione verbale: la bambina pur avendo identificato che ciò che manca sono 700 lire, per risolvere il problema usa le due espressioni  $500 + 8500 = 9000$  e  $9000 + 200 =$

9200 che aderiscono puntualmente alla rappresentazione effettuata con le monete e verbalmente.

### **2.3 Terzo ciclo di attività**

Nella descrizione relativa al precedente ciclo abbiamo visto come nel corso dell'attività gli alunni siano arrivati ad utilizzare il linguaggio verbale scritto e il sistema di segni dell'aritmetica per convertire la soluzione realizzata operando all'interno del micromondo monete, secondo i mezzi offerti da questi sistemi di rappresentazione.

In quella fase l'attività di conversione si configura come una esplorazione delle possibilità offerte da questi due linguaggi nel permettere la costruzione di una soluzione in grado di incorporare il significato della strategia realizzata nel micromondo monete. La descrizione verbale scritta della soluzione, la sua conversione nei segni del linguaggio aritmetico seguono la soluzione realizzata nel micromondo.

I protocolli riportati hanno messo inoltre in evidenza l'importanza della relazione con l'insegnante ai fini della esplorazione delle possibilità soprattutto per quanto riguarda i mezzi offerti dal sistema di segni dell'aritmetica.

L'attività di conversione realizzata nel secondo ciclo di attività ha permesso ai bambini di interpretare la soluzione realizzata nei micromondi monete e abaco in una nuova luce, cioè secondo i mezzi offerti dai due nuovi linguaggi.

Ciò ha prodotto un doppio risultato:

- ha contribuito a portare l'operatività sviluppata nei micromondi sul piano della coscienza attraverso la mediazione offerta dai nuovi mezzi
- ha permesso agli alunni di cominciare a sviluppare la capacità di usare tali mezzi.

Riteniamo che l'attività di conversione sviluppata all'interno del secondo ciclo abbia avuto un ruolo cruciale sul terreno dell'apprendimento perché ha contribuito al processo di interiorizzazione delle pratiche operative sviluppate all'interno del micromondo monete.

L'interiorizzazione non è un passaggio lineare sul piano della coscienza dell'attività sviluppata nei micromondi come risultato dell'esperienza compiuta. Come messo in evidenza anche da Engestrom il processo di interiorizzazione è dialetticamente legato al processo di esternalizzazione che il soggetto realizza nel corso dei cicli di attività. Con la mediazione dei nuovi mezzi di esternalizzazione le pratiche operative sviluppate nel micromondo monete sono trasformate, cioè sono modellate secondo le possibilità d'uso dei nuovi mezzi di esternalizzazione. Per esempio molte operazioni effettuate con monete vengono "condensate" per mezzo delle nuove potenzialità fornite dal linguaggio verbale o dai segni aritmetici sia sul piano della rappresentazione della soluzione sia su quello più specifico del calcolo.

Tale condensazione contribuisce a portare sul piano della coscienza l'insieme di pratiche operative basate sulla composizione e scomposizione di gruppi monetari secondo significati che sono veicolati dai mezzi del nuovo linguaggio.

Il terzo ciclo di attività è caratterizzato da una nuova trasformazione: il linguaggio verbale scritto e i segni dell'aritmetica non vengono più utilizzati per descrivere la soluzione realizzata nel micromondo monete ma direttamente per pianificare una soluzione per i problemi posti. .

I quaderni di soluzione sotto riportati esemplificano ciò che caratterizza questo ciclo di attività.

*Protocolli relativi alle situazioni didattiche 11-12-13*

Un biglietto dell'autobus costa 1500 lire. Quanti biglietti dell'autobus si possono comprare con 22000? Sette ragazzi usano l'autobus per andare al C.N.R. Ogni volta utilizzano due biglietti ciascuno. Quante volte i ragazzi potranno andare tutti insieme al C.N.R. con i biglietti comprati con 22000? Al Cerca di trovare la

SOLUZIONE Pag. 5

TO FAREI COSI:  
 UN BIGLIETTO COSTA 1500, DUE COSTANO 3000.  
 TRENILA PIU' TRENILA FA SEMILIRA E COMPRO 4  
 BIGLIETTI PIU' TRENILA FA' NOVEMILIRA (6 BIGLIETTI)  
 PIU' TRENILA FA 12000 (8 BIGLIETTI) PIU' TRENILA  
 FA 15000 (10 BIGLIETTI) PIU' TRENILA FA 18000 (12  
 BIGLIETTI) PIU' TRENILA FA 21000 (14 BIGLIETTI)  
 E MI RIMANE 1 DA 1000  
 POSSONO ANDARE 1 VOLTA AL C.N.R. PERCHE' I  
 BIGLIETTI SONO 14  
 ORA PROVO CON MONETE

Un biglietto dell'autobus costa 1500 lire. Quanti biglietti dell'autobus si possono comprare con 22000? Sette ragazzi usano l'autobus per andare al C.N.R. Ogni volta utilizzano due biglietti ciascuno. Quante volte i ragazzi potranno andare tutti insieme al C.N.R. con i biglietti comprati con 22000? Al Cerca di trovare la

SOLUZIONE Pag. 5

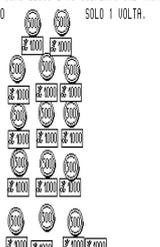
QUESTI SONO 22000 E HO SCOPERTO CHE INSIEME CI  
 POSSONO SOLO 1 VOLTA.  
  
 COME HAI FATTO A SCOPRIARLO? PERCHE SE SONO 7 E I  
 BIGLIETTI SONO 14 ALLORA IL DOPIO DI 7 E' 14  
 ECOSI' CI VANNO 1 VOLTA SOLO

Fig. 11.1

Fig. 11.2

Un biglietto dell'autobus costa 1500 lire. Quanti biglietti dell'autobus si possono comprare con 22000? Sette ragazzi usano l'autobus per andare al C.N.R. Ogni volta utilizzano due biglietti ciascuno. Quante volte i ragazzi potranno andare tutti insieme al C.N.R. con i biglietti comprati con 22000? Al Cerca di trovare la

SOLUZIONE CON I SEGNI DELLA MATEMATICA Pag. 5

1500\*14=21000  
 CHE VUOL DIRE CHE 1500 LO DEVO AGGIUNGERE  
 1500 PER 14 VOLTE E FA' 21000  
 E A QUESTO BISOGNA AGGIUNGERE 1000  
 21000+1000=22000

Fig. 11.3

<p>Quattro bambini hanno a disposizione 56.000 lire per affittare biciclette. L'affitto delle biciclette costa 15.000 lire per mezza giornata, 7.500 lire per un'ora e 4.000 lire per mezz'ora e 2.000 per un quarto d'ora. I bambini possono andare tutti quattro insieme in bicicletta per mezza giornata?</p>	<p>Quattro bambini hanno a disposizione 56.000 lire per affittare biciclette. L'affitto delle biciclette costa 15.000 lire per mezza giornata, 7.500 lire per un'ora e 4.000 lire per mezz'ora e 2.000 per un quarto d'ora. I bambini possono andare tutti quattro insieme in bicicletta per mezza giornata?</p>
<p>Soluzione Pag. 0</p> <p>IO FAREI COSI' L'AFFITTO DELLE BICICLETTE COSTA 15.000 E I BAMBINI SONO 4 ALLORA 15000 PIU' 1500 FA 30000 ANCORA 15000 FA 45000 PIU' 15000 FA 60000 MA NON POSSONO ANDARE PER MEZZA GIORNATA PERCHE' I SOLDI CHE HANNO SONO 56000 BENSI' CI POSSONO ANDARE PER UN'ORA. HO FATTO COSI' 7.500 PIU' 7.500 FA' 15000 E 15000 PIU' 15000 FA 30000 PERO' MI AVANZANO 26.000 ORA PROVO CON MEZZ'ORA ALLORA FACCILO 4000 PIU' 4000 PIU' 4000 PIU' 4000 FA 16.000 E MI AVANZANO 10.000 E ORA PROVAMO CON UN QUARTO D'ORA 2000 AGGIUNGO 2000 AGGIUNGO 2000 AGGIUNGO 2000 E FA' 8000E MI AVANZANO 2000 CHE GLI PORTANO A CASA E HANNO AFFITTATO LE BICICLETTE PER 1 ORA E 45 MINUTI</p>	<p>Soluzione Pag. 2</p> <p>DESCRIVO LA SOLUZIONE CON I SEGNI DELL'ARITMETICA <math>7.500+4000+2000=13500</math> QUESTI SONO I SOLDI CHE SERVONO PER UN BAMBINO PER AFFITTARE UNA BICICLETTA PER UN'ORA E QUARANTACINQUE MINUTI ALLORA DOVREMMO FARE COSI': <math>13500*4 = 54.000</math> <math>54000+2000=56.000</math></p>

Fig. 12.1

Fig. 12.2

<p>6 bottiglie di succo di frutta costano 27000 lire. Quanto costano 14 bottiglie?</p>	<p>6 bottiglie di succo di frutta costano 27000 lire. Quanto costano 14 bottiglie?</p>																								
<p>Soluzione Pag. 0</p> <p>IO FAREI COSI' 6 BOTTIGLIE COSTANO 27000 ALLORA 27000 PIU' 27000 FA 54000 E SONO 12 BOTTIGLIE PER SAPERE COME HO FATTO PER SCOPRIRE CHE DUE BOTTIGLIE COSTANO 9000 HO FATTO COSI' HO GENERATO 27000 E LI HO DIVISI IN TRE GRUPPI E HO SCOPERTO CHE SI POTEVANO DIVIDERE PER 9000 OPPURE HO ANCHE FATTO <math>9*3=27</math></p> <table border="1" style="margin: 10px 0;"> <tr> <td>9000</td><td>9000</td><td>9000</td><td>9000</td><td>9000</td><td>9000</td> </tr> <tr> <td>9000</td><td>9000</td><td>9000</td><td>9000</td><td>9000</td><td>9000</td> </tr> <tr> <td>9000</td><td>9000</td><td>9000</td><td>9000</td><td>9000</td><td>9000</td> </tr> <tr> <td>9000</td><td>9000</td><td>9000</td><td>9000</td><td>9000</td><td>9000</td> </tr> </table> <p>12 BOTTIGLIE COSTANO 54000 E CI AGGIUNGO 9000 E FA 63000</p>	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	9000	<p>Soluzione Pag. 2</p> <p>SOLUZIONE CON I SEGNI DELLA MATEMATICA <math>27000:3=9000</math> COSTO DI DUE BOTTIGLIE <math>27000+27000+9000=63000</math> COSTO DI 14 BOTTIGLIE DOMANDA: QUANTO COSTANO 17 BOTTIGLIE? 76500 SO CHE 14 BOTTIGLIE COSTANO 63000 ALLORA CI AGGIUNGO 9000 CHE SONO 2 BOTTIGLIE E ARRIVO A 16 BOTTIGLIE E SONO 72000 MA IO DEVO ARRIVARE A 17 BOTTIGLIE ALLORA DEVO DIVIDERE 9000 2 VOLTE E FA 4500 ALLORA DA 72000 CI AGGIUNGO 4500 E FA 76500</p>
9000	9000	9000	9000	9000	9000																				
9000	9000	9000	9000	9000	9000																				
9000	9000	9000	9000	9000	9000																				
9000	9000	9000	9000	9000	9000																				

Fig. 13.1

Fig. 13.2

<p>Anna riceve 8500 lire alla settimana dalla mamma per le sue spese. In un periodo di 7 settimane spende 3500 lire alla settimana per comperare Topolino, 10500 per fare un regalo ad una sua amica e 4500 lire per comperare una scatola di pennarelli. Quanto risparmia in tutto? Con i suoi risparmi va al luna-park. Quanti giri</p>	<p>Anna riceve 8500 lire alla settimana dalla mamma per le sue spese. In un periodo di 7 settimane spende 3500 lire alla settimana per comperare Topolino, 10500 per fare un regalo ad una sua amica e 4500 lire per comperare una scatola di pennarelli. Quanto risparmia in tutto? Con i suoi risparmi va al luna-park. Quanti giri</p>
<p>IO FAREI COSI'</p> <p>Genero i soldi che Anna riceve dalla mamma cioè (8500) per 7 settimane che sono i soldi di Anna <math>8500 \times 7 = 59500</math></p> <p>17000 e sono due volte +8500 e fa 25500 e sono tre volte +8500 e fa 34000 e sono 4 volte +8500 e fa 42500 e sono 5 volte +8500 e fa 51000 e sono 6 volte 59500 e sono 7 volte che sono i soldi che la mamma consegna ad Anna.</p> <p>Anna una volta alla settimana compra il topolino e ogni settimana spende 3500.</p> <p>3500 1 volta 7000 2 volte 10500 3 volte 14000 4 volte 17500 5 volte 21000 6 volte 24500 7 volte. <math>3500 \times 7 = 24500</math></p> <p>Compra anche un regalo per la sua amica e spende 10500, compra anche una scatola di pennarelli e spende 4500.</p>	<p><math>59500 - 24500 - 10500 - 4500 = 20000</math></p> <p>59500 tolgo 10500 meno 10000 fa 49500 tolgo ancora 500 e fa 49000</p> <p>ora uso monete per fare <math>49000 - 24500 = 24500</math> ora da questi tolgo 4500 e mi viene 20000</p> <p>Quanto risparmia in tutto?</p> <p>In tutto Anna risparmia 20000.</p> <p>Anna a luna park puo' fare: 1 giro costa 3000 2 giri 6000 3 giri 9000 4 giri 12000 5 giri 15000 6 giri 18000 Anna puo' fare 6 giri ma gli avanzano 2000</p> <p><math>20000 : 3000 = 6</math> con resto di 2000</p>

Fig. 14.1

Fig. 14.2

Sulla base degli esempi riportati possiamo evidenziare alcuni aspetti che riteniamo importanti per questo ciclo di attività. Nel primo problema (Fig. 11.1/2/3) notiamo che il bambino non utilizza il micromondo monete, tuttavia la pianificazione della sua soluzione con il linguaggio verbale scritto si basa in modo evidente sulle pratiche operative ormai interiorizzate di composizione e scomposizione di gruppi monetari sviluppate in tale micromondo. Al termine della soluzione realizzata con il linguaggio verbale il bambino verifica la correttezza della strategia implementata ricorrendo al micromondo. E' importante notare come con il linguaggio verbale il bambino operi su gruppi di due biglietti mentre ciò non è possibile nel micromondo monete. Notiamo infine come la soluzione con i segni della matematica sia solo una conversione della soluzione realizzata con il linguaggio verbale. In questo problema il bambino non sfrutta i mezzi offerti dai segni aritmetici per pianificare la soluzione.

Nel secondo problema (Fig. 12.1 e 12.2) il rapporto tra la soluzione verbale scritta e quella aritmetica non è di semplice traduzione. Nel realizzare la soluzione con i segni dell'aritmetica il bambino compie una ristrutturazione della soluzione realizzata con il linguaggio verbale, utilizzando tuttavia i risultati che erano stati prodotti con tale soluzione.

Il terzo problema (Fig. 13.1 e 13.2) è piuttosto interessante. Si tratta di un problema di proporzionalità che il bambino mostra di essere in grado di controllare.

Il punto cruciale consiste nel determinare il costo di due bottiglie. Ricorrendo al micromondo monete il bambino non genera 6 gruppi di monete come ci si sarebbe aspettati, determinando di conseguenza il costo di una bottiglia. Egli divide le 27000 in tre gruppi. Egli afferma anche che ha fatto "9\*3". Nella soluzione aritmetica egli esplicita l'operazione "27000:3".

In questo caso l'operatività nel micromondo sembra più guidata dai mezzi operativi del nuovo sistema di segni dell'aritmetica piuttosto che da quelli disponibili nel micromondo. In altre parole sembra che sia la soluzione aritmetica anticipata dal bambino ad essere convertita nella pratica con il micromondo, piuttosto che il contrario. A nostro avviso il ricorso al micromondo appare motivato dalla necessità di compiere una validazione dell'anticipazione realizzata utilizzando i mezzi offerti dal sistema di segni dell'aritmetica.

Nel quarto problema (Fig. 14.1 e 14.2) la soluzione realizzata con il linguaggio verbale scritto per determinare alcuni risultati parziali del problema continua a basarsi in modo evidente sulle pratiche operative ormai interiorizzate di composizione e scomposizione di gruppi monetari sviluppate in tale micromondo.

La determinazione dei soldi risparmiati viene espressa attraverso un enunciato aritmetico. Il calcolo viene eseguito all'inizio operando

direttamente con la notazione posizionale del numero, sfruttando la proprietà associativa, e successivamente, in un calcolo più complesso, ricorrendo al micromondo monete.

La strategia risolutiva relativa all'ultima domanda del problema viene sviluppata sfruttando i mezzi del linguaggio verbale scritto. Nella sua conversione nel linguaggio aritmetico il bambino mostra di non controllare completamente il processo. L'errore presente nell'ultimo enunciato aritmetico mette in evidenza che nella attività di conversione emergono contraddizioni che possono essere affrontate solo all'interno di una pratica sociale.

### **Bibliografia**

- Bottino R.M., Chiappini G., Ferrari P.L. (1994), A hypermedia system for interactive problem solving in arithmetic, *Journal of Educational Multimedia and Hypermedia*, AACE, Vol. 3, n° 3/4, 1994, 307-326.
- Bottino R.M., Chiappini G. (1995), "ARI-LAB: models issues and strategies in the design of a multiple-tools problem solving environment", *Instructional Science*, Vol. 23, n°1-3, Kluwer Academic Publishers, 7-23.
- Engestrom Y. (1987), Learning by expanding. An activity theoretical approach to developmental research, Oventa Konsulttit, Helsinki.
- Olson D.R. (1996), Towards a psychology of literacy: on the relations between speech and writing, *Cognition*, vol. 60, pp. 83-104.