



## Des erreurs aux stéréotypes : Des modèles cognitifs de différents niveaux dans le projet Pépité

Christian Vincent, Elisabeth Delozanne, Brigitte Grugeon, Jean-Michel Gélis,  
Janine Rogalski, Lalina Coulange

### ► To cite this version:

Christian Vincent, Elisabeth Delozanne, Brigitte Grugeon, Jean-Michel Gélis, Janine Rogalski, et al..  
Des erreurs aux stéréotypes : Des modèles cognitifs de différents niveaux dans le projet Pépité. 2005.  
hal-00005689

**HAL Id: hal-00005689**

**<https://telearn.hal.science/hal-00005689>**

Preprint submitted on 28 Jun 2005

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## Des erreurs aux stéréotypes : Des modèles cognitifs de différents niveaux dans le projet Pépité

Christian Vincent<sup>1</sup>, Elisabeth Delozanne<sup>1</sup>, Brigitte Grugeon<sup>2,3</sup>,  
Jean-Michel Gélis<sup>2</sup>, Janine Rogalski<sup>4</sup>, Lalina Coulangue<sup>2</sup>

<sup>1</sup> CRIP5

Université René Descartes

45 rue des Saints Pères

75270 Paris Cedex 6

elisabeth.del`zanne@math-inf.univ-paris5.fr, christian.vincent@ac-creteil.fr

<sup>2</sup> DIDIREM

Université Paris VII

2 Place Jussieu

75 251 PARIS Cedex 5

brigitte.gruge`n@amiens.iufm.fr, gelis@inrp.fr, lalina.c`ulange@free.fr

<sup>3</sup> IUFM d'Amiens

49 b`ulevard de Châteaudun

80044 Amiens Cedex 1

<sup>4</sup> C&AF

Université Paris8

2 rue de la liberté

93526 Saint-Denis Cedex 2

r`galskij@univ-paris8.fr

**RÉSUMÉ.** De nombreux modèles de l'apprenant ont été proposés en EIAH : des catalogues d'erreurs, des modèles cognitifs, des stéréotypes, etc. Notre expérience au sein du projet Pépité qui s'attache au diagnostic de la compétence algébrique des élèves de fin de collège début lycée, nous conduit à proposer plusieurs niveaux de modélisation selon les usages prévus de ce modèle et les acteurs concernés. Nous présentons les trois niveaux que nous définissons : cotation des réponses selon des critères multidimensionnels, caractéristiques personnelles exprimées par des taux de réussite et la liste des erreurs commises et, enfin, le stéréotype associé à des fragilités et à des leviers pour l'apprentissage. Nous exposons leur mode de calcul et leur utilisation, puis, après avoir brièvement rappelé les résultats essentiels qui ressortent des travaux antérieurs dans ce domaine, nous évoquons une expérimentation en cours et les différentes perspectives offertes par ce travail.

**MOTS-CLÉS :** modèle de l'apprenant, stéréotype, diagnostic de compétence, système d'assistance à l'enseignant.

## 1. Introduction

En commerce électronique, interfaces adaptatives, EIAH la problématique de personnalisation des interactions passe souvent par des techniques de modélisation des utilisateurs. Dans le projet Pépité, notre objectif est de concevoir un système qui assiste les enseignants de mathématiques dans la régulation des apprentissages des élèves de leur classe, c'est-à-dire qui aide les enseignants à proposer à leurs élèves des situations d'apprentissage adaptées aux niveaux de compétences qu'ils ont atteints en algèbre élémentaire. Pour personnaliser les interactions, les techniques de modélisation des utilisateurs s'avèrent utiles mais l'objectif de provoquer des apprentissages requiert à notre sens la mise au point de modèles complexes s'appuyant sur des études didactiques poussées.

Dans une première étape du projet [Grugeon 95], à partir de travaux en didactique des mathématiques [Duval 93, Douady 85, Chevallard 85 89, Sfard 94, Kieran 92] nous avons élaboré un modèle de la compétence algébrique d'un élève, appelé « profil cognitif » d'un élève en algèbre, qui rend compte non seulement des erreurs des élèves mais aussi des cohérences dans leur raisonnement algébrique. Certaines de ces cohérences sont à développer et d'autres, inadéquates, sont à déstabiliser. Nous avons mis au point un logiciel, lui aussi appelé Pépité, qui permet à un enseignant d'étudier les profils de ses élèves [Jean 00]. Nous présentons ce premier modèle dans la section 2. Puis, dans une seconde étape, nous avons commencé à définir des stratégies d'enseignement adaptées aux profils diagnostiqués. Nous avons été amenés à restructurer et à compléter la modélisation définie précédemment d'une part pour disposer de plusieurs niveaux d'analyse pour prendre des décisions complexes et, d'autre part, en vue de faciliter son utilisation par les enseignants. La section 3 présente les trois niveaux de modélisation que nous avons envisagés pour supporter la régulation des apprentissages dans la classe. La section 4 résume les résultats d'une étude ergonomique de l'activité de diagnostic des enseignants de mathématiques. La section 5 décrit le logiciel PépiStéréo qui met en œuvre ces modèles et permet aux enseignants d'obtenir une « géographie cognitive » de leur classe. La section 6 situe ce travail par rapport à des travaux antérieurs en EIAH. Enfin des perspectives de recherche sont dégagées.

## 2. Des profils cognitifs en algèbre élémentaire

Ce travail se fonde sur une recherche en didactique des mathématiques [Grugeon 95]. S'appuyant sur des travaux théoriques et expérimentaux ainsi que sur une étude de l'activité en algèbre élémentaire d'une cohorte d'élèves pendant une période de plusieurs années, Grugeon a établi un modèle multidimensionnel des compétences algébriques attendues des élèves en fin de collège. Les quatre dimensions considérées sont : l'utilisation des lettres (inconnue, variable, nombre généralisé, abréviation ou étiquette), le calcul algébrique, la traduction entre différents registres sémiotiques (graphique, géométrique, algébrique, langue naturelle), les types de rationalité (par l'exemple, par l'algèbre, par argumentation en langage naturel, par appel au légal).

Afin de situer les élèves par rapport à ce modèle, Grugeon a proposé un outil de diagnostic papier-crayon. Les compétences et les difficultés des élèves en algèbre y sont analysées selon trois entrées : le type de problème (l'algèbre comme un outil de résolution de problèmes arithmétiques, de généralisation, de preuve, de modélisation), les objets de l'algèbre (en particulier l'utilisation des lettres, la production et l'interprétation des expressions algébriques), le calcul formel (aspects syntaxiques, techniques, sémantiques et sémiotiques). Elle propose un test : un ensemble d'une vingtaine d'exercices. Des questions fermées et des questions ouvertes sont destinées à couvrir l'ensemble des compétences algébriques attendues à ce niveau scolaire (fin de collège, début lycée). Ces exercices sont catégorisés en fonction du type de tâche (technique, de mathématisation, de reconnaissance), du type de traitement algébrique qu'ils requièrent (par exemple effectuer des calculs numériques, interpréter des expressions algébriques, etc.), des articulations entre cadres et registres qu'ils mettent en jeu (graphique, numérique, géométrique, langage naturel, etc.). Une grille d'analyse établie à partir du modèle multidimensionnel des compétences est proposée à l'enseignant pour coder les réponses des élèves aux différentes questions du test (Tableau 1)

| Logiciels | Modèle individuel de l'élève                                                                                                                                                       | Modèles des tâches et compétence algébrique                                                                                                                                                  |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| PépiTest  | Réponses de l'élève                                                                                                                                                                | Type d'exercice : technique, reconnaissance et mathématisation                                                                                                                               |
| PépiDiag  | Codage des réponses de l'élève à chaque exercice<br>Matrice de diagnostic                                                                                                          | Pour chaque exercice, une grille d'analyse multidimensionnelle :<br>justesse, utilisation des lettres, calcul algébrique, traduction d'une représentation à une autre, type de justification |
| PépiProf  | Profil global :<br>taux de réussite (global, questions traitées, type d'exercices, type de traitement privilégié)<br>description qualitative<br>articulation entre représentations | Analyse transversale des réponses à l'ensemble du test<br>Types de traitement<br>Seuils paramétrables de réussite                                                                            |

**Tableau 1.** Niveaux de m`delisati`n [Gruge`n 95] mis en œuvre par Pépite.

Ensuite, par une analyse transversale du codage obtenu, l'enseignant (ou le chercheur) construit le profil cognitif de l'élève en l'algèbre. Un profil est une description en trois niveaux des compétences algébriques des élèves : une description quantitative exprimée en terme de taux de réussite et de traitements algébriques maîtrisés, une description qualitative et enfin une description de l'articulation entre les différents cadres et registres (graphique, algébrique, géométrique, langage naturel) sous la forme d'un diagramme.

[Jean 00] a mis en œuvre un logiciel qui opérationnalise ce travail. Le logiciel Pépitél est composé de trois modules. Le premier module « PépiTest » propose aux élèves vingt deux exercices et recueille leurs réponses. Le second module « Pépidiag » code 80% des réponses dans une matrice de booléens comportant cinquante cinq lignes et trente six colonnes : les lignes représentent les questions, les

1 Téléchargeable à l'adresse <http://pepite.univ-lemans.fr/>

colonnes les critères pris en compte dans l'analyse didactique, le booléen est vrai si le critère s'applique à la réponse de l'élève. Enfin le dernier module, PepiProfil, est le logiciel destiné aux enseignants. Il établit le profil de l'élève par une analyse transversale de la matrice et la présente au professeur qui peut compléter, vérifier, modifier, adapter et corriger le codage effectué par le logiciel.

### 3. Des profils aux stéréotypes

Le logiciel Pépite a permis de recueillir environ trois cents protocoles de réponses d'élèves aux exercices proposés par PépiTest. En utilisant Pépite, les chercheurs ont pu pointer les fragilités que ces élèves doivent travailler et identifier les leviers sur lesquels s'appuyer pour les faire évoluer [Delozanne et al 02]. Pour exploiter les résultats de ce diagnostic, l'étape de recherche suivante consiste donc à définir des situations d'apprentissage adaptées aux profils des élèves en définissant dans un premier temps des objectifs d'apprentissage à privilégier [Grugeon et al 03]. Or, étant donné la complexité du modèle, la variété des profils d'élèves obtenus et pour organiser le choix des objectifs d'apprentissage, il nous est apparu pertinent d'effectuer des regroupements de profils « voisins » que nous appelons des stéréotypes. Un stéréotype est un ensemble de profils « équivalents » au sens où nous leur associons les mêmes objectifs prioritaires d'apprentissage.

Par exemple pour les représentants du stéréotype de Mickael (Cf. Figure 1), nous conseillons dans un premier temps de privilégier la dimension outil de l'algèbre à travers la résolution de problèmes de généralisation et de preuve. Dans un deuxième temps, les caractéristiques propres du profil particulier de Mickael nous permettent de spécifier la situation d'apprentissage à lui proposer.

Nous avons mis en évidence trois dimensions essentielles pour caractériser un stéréotype et la méthode pour affecter un profil à un stéréotype. Dans Pépite, un stéréotype est caractérisé par des niveaux de compétences sur chacune de ces trois dimensions : usage de l'algèbre (UA), traduction d'une représentation à une autre (T) et calcul algébrique (CA). Pour déterminer ces niveaux, nous nous appuyons, comme dans l'analyse précédente, sur le codage effectué en appliquant la grille d'analyse de Grugeon, c'est-à-dire sur une analyse transversale de la matrice de diagnostic construite par Pépidiag, pour calculer les taux de réussite et les modalités de fonctionnement. Mais elle prend en compte des seuils pour s'assurer que l'élève a répondu à un nombre significatif d'exercices mobilisant une compétence donnée. Suite à ce travail d'identification des stéréotypes, un travail de toute l'équipe de recherche a été nécessaire pour exprimer le résultat du diagnostic à l'aide de cette définition opératoire des stéréotypes.

### 4. Les enseignants de mathématique et le diagnostic

Les retours d'expérimentations du logiciel Pépite [Delozanne et al 02] et des études ergonomiques [Rogalski 03] nous ont montré un intérêt certain pour l'approche par compétences et pour un correcteur de copies automatique et intelligent. Néanmoins, un certain nombre d'obstacles à l'utilisation du logiciel sont

apparus. [Delozanne et al 2003] analysent ces expérimentations et l'ensemble des conclusions que nous en avons retirées. Nous nous focalisons ici sur les deux points qui ont motivé notre travail sur les stéréotypes.

| 21                         | Date du test : 29/09/2004                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Classe : 2 <sup>nd</sup> 10                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Mickael                    | Questions traitées : <b>61 %</b><br>Taux de réussite aux questions traitées : <b>61 %</b>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |  <a href="#">Imprimer ce profil</a>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
| Stéréotype et commentaires |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Caractéristiques personnelles                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
| UA3                        | <b>Usage de l'algèbre Niveau 3</b><br><br>L'élève ne résout pas assez d'exercices avec la démarche algébrique. Ses justifications sont mal assurées :<br>- soit elles sont trop rarement correctes<br>- soit elles comportent des arguments non algébriques ou incomplets                                                                                                                                             | Exercices de mathématisation :<br>Taux de réussite : 18 %<br> Leviers<br> Début d'utilisation de l'algèbre pour prouver<br> Fragilités<br>L'outil algébrique n'est pas bien maîtrisé et justification par l'algèbre dominante dans un contexte trop faible<br> En particulier...<br>Justification de type scolaire reposant sur l'application de règles incorrectes<br> Exercice 4c<br>Justification en langage naturel<br> Preuve avec utilisation de propriétés énoncées en langage naturel à l'exercice 4a                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |
| T3                         | <b>Traduction Niveau 3</b><br><br>L'élève a des difficultés :<br>- soit à exprimer algébriquement les relations entre variables<br>- soit à associer une expression algébrique à une autre représentation (ou vice versa).<br>Dans au moins un cas, l'écriture symbolique est utilisée pour "sténographier" ou abrégé la situation, c'est à dire sans retrouver les relations entre les différentes variables en jeu. | Exercices de reconnaissance :<br>Taux de réussite : 48 %<br> Fragilités<br>Traduction abrégée<br> En particulier...<br>Traduction incorrecte<br> Expression non parenthésée ou confusion aire - périmètre à l'exercice 3<br> Confusion produit - somme à l'exercice 5a<br> Traduction incorrecte pour : retrancher du résultat, à l'exercice 11p1b<br>Traduction abrégée<br> Mauvais calcul avec les coordonnées des points d'intersection avec les axes dans l'exercice 7<br> $6xE=P$ traduit terme à terme par la relation : il y a 6 fois plus d'élèves que de professeurs à l'exercice 10                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| CA3                        | <b>Calcul algébrique Niveau 3</b><br><br>L'élève ne réussit pas à mener des calculs :<br>- soit il ne maîtrise pas le rôle des opérateurs<br>- soit il s'est construit des règles de calcul fausses                                                                                                                                                                                                                   | Exercices techniques :<br>Taux de réussite : 14 %<br> Fragilités<br>Rôle des opérateurs non maîtrisé<br> En particulier...<br>Utilisation inadaptée des parenthèses mais qui conduit toutefois à un résultat correct<br> Expression non parenthésée. $a+3(a+b)$ pour $(a+3)(a+b)$ à l'exercice 3p2<br>Utilisation inadaptée des parenthèses et qui conduit à un résultat incorrect<br> $3+5a=8a$ à l'exercice 2<br>Utilisation de règles de transformation fausses identifiées<br> Erreur dans l'identité remarquable $a^2-b^2=(a-b)^2$ à l'exercice 9a<br> Règle incorrecte $ax=b$ donne $x=-b/a$ à l'exercice 9c<br>Identification incorrecte de $x$ et $+$ : Linéarisation des expressions<br> Confusion dans le rôle de $x$ et $+$ à l'exercice 9d<br>Identification incorrecte de $x$ et $+$ : Assemblage des termes<br> Mauvais regroupement $(x+2)^2-5(x+2)=(x+2)(2-5)$ à l'exercice 9b |

Figure 1. Profil de Mickael construit par PépiStéré

L'activité de diagnostic de l'enseignant est déterminée par un compromis entre les attendus (plus ou moins explicites) de l'institution : « faire le programme ». Ceci

nécessite de « faire avancer la classe » dans sa globalité, « d'assurer l'apprentissage de tous les élèves », et appelle des diagnostics différenciés. Le diagnostic vise la classe ou les élèves. Dans le premier cas, il s'agit pour l'enseignant de mettre en adéquation le contenu prévu pour la séquence d'enseignement et la compréhension de celui-ci par la classe. Sa visée majeure est la régulation de l'activité de la classe quant au savoir à enseigner en jeu. Le second type de diagnostic articule une évaluation globale de la classe et une évaluation individuelle des élèves.

Le diagnostic des enseignants s'appuie sur les erreurs récurrentes des élèves et est déterminé essentiellement par des objets algébriques (équations, identités remarquables etc.) alors que celui de Pépite est orienté sur les compétences et s'appuie sur les dimensions outil et objet de l'algèbre. Or cette entrée n'est pas habituelle pour les enseignants tant pour le diagnostic que pour la remédiation. Par ailleurs, le diagnostic prend essentiellement la forme d'une catégorisation des élèves en sous-classes, par exemple « les bons », « les moyens rapides », « les moyens faibles », « les faibles ». Il apparaît aussi que plus les enseignants sont expérimentés, plus ils réalisent un « diagnostic dynamique », lié à un répertoire d'actions, autrement dit à ce que l'enseignant peut mettre en œuvre dans la classe suite aux constats établis.

En conséquence, alors que l'usage de PépiTest montre que cet outil est souvent aussi « transparent » que des copies classiques d'élèves, l'usage du diagnostic de Pépite pose divers problèmes, en particulier : celui de l'articulation entre le diagnostic individuel de Pépite et la nécessité de disposer d'une « géographie cognitive » de la classe, celui de l'articulation entre le diagnostic et les actions à entreprendre pour exploiter le diagnostic dans la classe, enfin celui de l'expression du diagnostic pour permettre une entrée par les erreurs récurrentes et une classification plus proche des catégories usuelles des enseignants.

Nous émettons l'hypothèse de travail selon laquelle les stéréotypes constituent un outil conceptuel pour favoriser l'appropriation par les enseignants d'un artefact complexe comme l'est Pépite car ils permettent d'articuler diagnostic individuel et « géographie de la classe » pour faire progresser la classe en respectant les différences individuelles.

## **5. Outil pour articuler diagnostic individuel et gestion de classe**

Les études précédentes nous ont amenés à mettre au point un logiciel, PépiStéréo qui s'appuie sur les stéréotypes et les erreurs des élèves pour, d'une part, présenter le résultat du diagnostic automatique aux enseignants et, d'autre part, leur proposer des éléments de stratégies d'enseignement appropriées aux différents stéréotypes. Dans un premier temps, nous présentons deux scénarios de travail qui ont guidé la conception de notre logiciel. Dans un deuxième temps nous présentons donc la restructuration des profils cognitifs et l'interface que nous avons conçue pour en faciliter l'utilisation par les enseignants. Dans un troisième temps nous décrivons le programme que nous avons mis au point pour répartir les élèves d'une classe par

stéréotype et l'interface pour que l'enseignant visualise « la géographie cognitive » de sa classe et les propositions de travail pour chacun des groupes ainsi constitués.

### 5.1. Deux scénarios de travail

Dans ces deux scénarios, les enseignants ont fait passer PépiTest à leurs élèves. Marie-France est professeure de troisième et prépare le conseil de classe du troisième trimestre. Le cas d'Alexandre lui pose problème. Il a été absent pour raison médicale, et sa moyenne est insuffisante pour un passage en seconde. Elle a le sentiment qu'il a progressé et qu'il a le potentiel pour réussir en dépit de ses résultats. Elle utilise PépiStéréo pour fonder son jugement et disposer d'arguments en conseil de classe. Elle constate qu'Alexandre est classé en UA3<sup>2</sup> T2<sup>3</sup> CA3<sup>4</sup>. Elle imprime le profil personnel détaillé d'Alexandre pour l'emmener au conseil de classe.

Christian est professeur de seconde. En début d'année, avant d'entamer le chapitre sur les fonctions, il veut homogénéiser sa classe et s'assurer des bases de ses élèves en algèbre. PépiStéréo lui montre qu'un groupe de douze élèves est en UA3 T3 CA3 (Cf Figure 2). Il décide de prendre ces élèves en aide individualisée sur deux semaines. La première semaine, il prend ceux qui ont le type d'erreur « Identification incorrecte de  $x$  et  $+$  : Linéarisation des expressions » et leur propose des exercices où il s'agira de déstabiliser fortement les connaissances erronées, telle que la traduction mot à mot d'un énoncé en langage naturel pour concevoir une contrainte algébrique (la contrainte " il y a 6 fois plus d'élèves que de professeurs " ne se traduit pas par  $6 \times E=P$ ).

### 5.2. Le profil cognitif d'un élève dans PépiStéréo

Le profil cognitif d'un élève dans PépiStéréo est constitué de deux parties : le stéréotype auquel il appartient et des caractéristiques personnelles exprimées sur les trois dimensions du stéréotype en termes de taux de réussite, de leviers, fragilités et liste des erreurs (Cf Figure 1). Les stéréotypes sont calculés à partir des modes de fonctionnement selon le procédé présenté au paragraphe 3. Les leviers et fragilités sont prédéfinis et associés aux stéréotypes par l'analyse didactique a priori. Un commentaire lui aussi prédéfini est associé au stéréotype pour en présenter les principales caractéristiques. Les taux de réussite et la liste des erreurs sont propres à l'élève. PépiStéréo calcule les taux de réussite à partir du codage par PépiDiag des traitements (corrects et partiels).

---

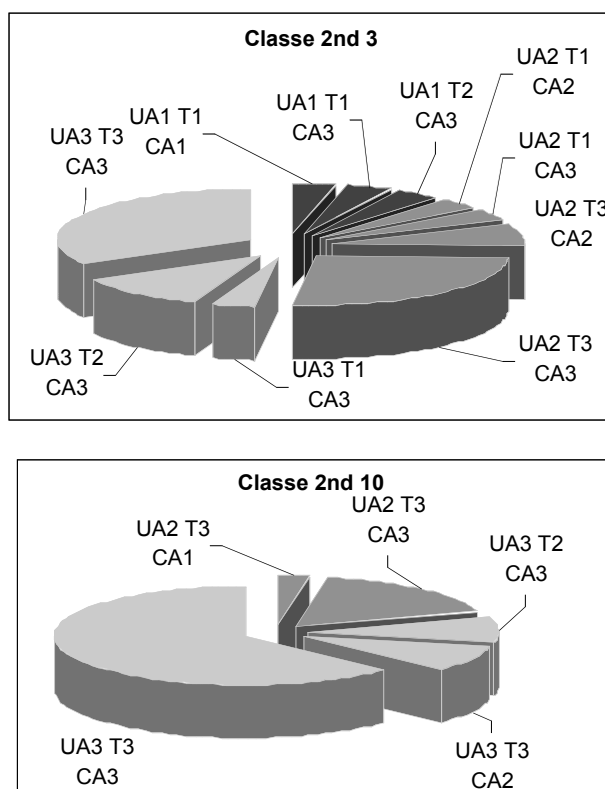
2 UA3 : L'élève ne résout pas assez d'exercices avec la démarche algébrique. Ses justifications sont mal assurées : soit elles sont trop rarement correctes, soit elles comportent des arguments non algébriques ou incomplets.

3 T2 : Les compétences de l'élève pour passer d'une représentation à une autre sont encore fragiles : soit ses erreurs pour exprimer algébriquement des relations entre les variables en jeu concernent plus de la moitié des exercices traités, soit ses réussites dans les traductions sont inférieures aux erreurs et absences de réponse

4 C3 : L'élève ne réussit pas à mener des calculs : soit il ne maîtrise pas le rôle des opérateurs, soit il s'est construit des règles de calcul fausses

La liste des erreurs est obtenue en croisant le codage des réponses et l'analyse a priori des exercices. Par exemple pour le type d'erreur « utilisation inadaptée des parenthèses qui conduit à un résultat incorrect » (codé m31), pour chaque exercice où le codage de la réponse de l'élève comporte « m31 », le programme affiche l'erreur correspondante de la grille d'analyse de l'exercice.

Cette présentation du diagnostic, qui fournit une entrée par des catégories générales, les taux de réussite et une liste d'erreurs, est apparue compréhensible et significative aux enseignants auprès desquels nous l'avons testée (dix enseignants).



**Figure 2.** Géographie cognitive de deux classes de seconde

### 5.3. Géographie cognitive de la classe

PépiStéréo classe un ensemble d'élèves par stéréotype. L'enseignant dispose ainsi de groupes d'élèves ayant des compétences voisines en algèbre. PépiStéréo permet de consulter le profil détaillé de chacun de ses élèves et propose des objectifs prioritaires d'apprentissage adaptés à chacun de ces groupements par stéréotype. La Figure 2 montre la géographie cognitive de deux classes de seconde en début d'année. Le professeur de mathématiques qualifie la première de bonne classe mais

hétérogène. PépiStéréo confirme l'opinion du professeur mais en la précisant par rapport aux contenus enseignés : les élèves sont regroupés sur dix stéréotypes différents et la moitié de la classe se situe aux niveaux 1 et 2 pour la dimension usage de l'algèbre (UA1, UA2). Le professeur de la seconde classe l'estime homogène mais faible ce qui est confirmé par PépiStéréo qui a trouvé cinq stéréotypes et les deux tiers de la classe en UA3 T3 CA3.

Si, en théorie, on dispose de trente six stéréotypes, certains sont improbables. Dans le corpus de trois cents élèves dont nous disposons nous avons relevé treize stéréotypes et souvent moins de six stéréotypes différents dans une classe ce qui nous rapproche du nombre de catégories spontanément identifiées par les enseignants.

Parmi les quatre enseignants qui expérimentent le logiciel en seconde, l'un d'eux s'est passionné pour le projet et a passé plusieurs heures à étudier en détail les profils et les réponses des élèves. Il nous a déclaré qu'après cette période d'appropriation, il a pu définir comment tirer profit de l'utilisation de PépiStéréo en adoptant un scénario proche du scénario de travail que nous avons imaginé avec Christian. Les trois autres disent apprécier les fonctionnalités mais avoir eu des difficultés à concilier leur charge de travail et le temps nécessaire à l'exploitation des résultats du logiciel. Une étude de terrain est prévue pour étudier l'an prochain, comment les enseignants se sont appropriés les stéréotypes pour organiser l'activité des élèves en algèbre.

## 6. Discussion

La modélisation de l'utilisateur avec des stéréotypes consiste à identifier le comportement d'un utilisateur en le classifiant dans un ensemble de sous-groupes prédéfinis. Dans le domaine de la modélisation de l'utilisateur, le stéréotype est principalement utilisé par le système informatique pour personnaliser l'interaction. Dans le domaine des EIAH c'est aussi le cas pour de nombreux systèmes (par exemple [Tsiriga 03]). [Kay 00], [Dimitrova et al. 99] estiment que les stéréotypes qui consistent en une simplification peuvent aider à créer des modèles d'élèves ouverts c'est-à-dire plus faciles à comprendre, à inspecter et à modifier par les élèves eux-mêmes. Nos modèles sont aussi destinés à des utilisateurs humains mais nous nous focalisons pour l'instant sur l'enseignant. Nous pensons que les modèles que nous proposons sont, dans l'état actuel, trop complexes pour être présentés tels quels aux élèves. Cependant, les profils de PépiStéréo qui permettent une entrée par les taux de réussite et les erreurs pour justifier le stéréotype apparaissent à certains enseignants être une base de discussion intéressante entre eux et l'élève.

[Kay 00] distingue plusieurs types d'approches pour la définition des stéréotypes. Les stéréotypes artisanaux sont construits à partir de l'expérience de professeurs chevronnés. Ce sont des approches ad hoc mais dont les résultats peuvent être très efficaces. Les stéréotypes expérimentaux sont établis à partir de l'analyse de données sur une quantité importante d'utilisateurs soit par des méthodes d'apprentissage automatique soit par des études de psychologie et de didactique.

Notre approche s'appuie sur une étude didactique approfondie et une analyse de données recueillies avec le premier prototype logiciel.

Pour [Kay 00] les stéréotypes sont une source d'information par défaut quand le système ne dispose d'aucune autre information. Un stéréotype est composé d'un ensemble de conditions d'activation, d'un ensemble de conditions de rétraction et d'un ensemble d'inférences qui permettent, quand un stéréotype est activé, de supposer un certain nombre de traits sur l'élève. Une des caractéristiques de ces inférences est d'être supposée valide d'un point de vue statistique. Ceci constitue la différence la plus importante avec notre approche. Une de nos hypothèses pédagogiques est que c'est une compréhension fine des compétences des élèves qui permet d'adapter efficacement l'enseignement à l'élève. Dans PépiStéréo, c'est donc un test très poussé des compétences des élèves qui permet d'affecter un stéréotype à un élève. Nous ne considérons pas les stéréotypes comme des valeurs par défaut mais comme des abstractions qui facilitent la représentation des compétences d'un ensemble d'individus et la prise de décisions stratégiques. Cependant nous envisageons de disposer de tests plus rapides qui s'appuient sur des inférences pour mettre en place des tests qui s'adaptent aux premières réponses de l'élève. Ces tests adaptatifs pourraient reposer sur les stéréotypes.

## 7. Conclusion

Dans cet article nous avons proposé des stéréotypes pour effectuer des groupements d'élèves ayant des fragilités et des leviers d'apprentissage voisins. Ces stéréotypes sont fondés sur une analyse didactique fine du domaine et leur calcul est instrumenté par un logiciel que nous avons mis au point. Nous avons mis en évidence que différents types de modélisations sont nécessaires pour différents usages et différents utilisateurs. Le tableau 2 résume les niveaux de modélisation mis en œuvre dans le logiciel PépiStéréo.

| Modèles                       | Niveaux         | Concerne... | Utilisations           | Expression                                                        |
|-------------------------------|-----------------|-------------|------------------------|-------------------------------------------------------------------|
| Stéréotypes                   | Épistémique     | Le groupe   | Décisions stratégiques | Levier, fragilités, objectifs de travail prioritaires             |
| Caractéristiques personnelles | Épistémique     | L'individu  | Décisions tactiques    | Taux de réussite, listes des erreurs types                        |
| Codage des réponses           | Comportemental  | L'individu  | Compréhension          | Critères multidimensionnels                                       |
| Réponses de l'élève           | Les observables | L'individu  | Compréhension          | Choix multiples, série d'expressions algébriques, langage naturel |

**Tableau 2.** Différents niveaux de modélisation de l'élève dans PépiStéréo

Nous avons émis l'hypothèse que les stéréotypes pouvaient constituer un outil pour permettre aux enseignants d'orienter le choix des activités à proposer à leurs élèves en fonction d'un positionnement de leurs élèves par rapport aux contenus à enseigner. Nous n'avons pas le recul nécessaire pour apporter dans cet article une

réponse définitive au problème complexe de l'articulation de la gestion de la classe et de la nécessaire personnalisation de l'enseignement. Les retours sur les usages de PépiProfil et de PépiStéréo sur plusieurs années (2000-04), nous montrent qu'un temps de maturation, souvent une année scolaire, est nécessaire entre la rencontre avec la démarche pédagogique sous-tendue par ces logiciels et leur réinvestissement dans la pratique de l'enseignant.

Cependant nous avons mis à l'épreuve notre hypothèse dans cinq classes de seconde. Ces premiers tests n'invalident pas notre hypothèse de travail. Ceux-ci ne constituent pas une validation externe mais en constitue les prémices. En ce qui concerne la validation interne, tout d'abord, les profils tels qu'ils sont présentés dans PépiStéréo ont été construits, comme ceux de PepiProfil, à partir d'une analyse didactique validée. Puis ils ont été restructurés à partir d'une analyse ergonomique et ils ont été reformulés après un travail important avec des enseignants pour adopter leur terminologie métier. Les premiers tests n'ont pas mis en évidence les réactions négatives suscitées par la complexité des écrans de PépiProfil. De plus les stéréotypes nous ont permis, au sein de l'équipe de recherche, de définir les objectifs stratégiques d'apprentissage associés aux profils et de mettre en place quelques situations où les décisions tactiques s'appuient sur les caractéristiques individuelles des profils [Grugeon et al. 03].

Plus généralement, les premières modélisations mises en œuvre dans ce projet ont été définies d'abord pour décrire et comprendre le fonctionnement cognitif des élèves en algèbre élémentaire à partir d'indicateurs prélevés dans des situations prévues à cet effet. Ces premières modélisations ont servi de base pour pouvoir, dans un deuxième temps, construire d'autres représentations qui d'une part, facilitent l'action et les prises de décisions et, d'autre part, permettent de passer d'un niveau plus générique (le stéréotype avec ses leviers et ses fragilités) à un niveau individuel (la liste des erreurs et les taux de réussite) et réciproquement.

### Remerciements

Nous remercions Marie-France Delord et les professeurs du lycée Martin Luther King de Bussy-Saint-Georges. Ce travail a été partiellement financé par le programme Cognitique, École et sciences cognitives, appel 2002.

### 8. Bibliographie

- [CHEVALLARD 85, 89] Chevallard Y. (1985). Le passage de l'arithmétique à l'algèbre dans l'enseignement des mathématiques au collège – Petit x n°5, 51-94. et Petit x n°19, 43-72.
- [DELOZANNE et al 02] Analyses de l'activité et IHM pour l'éducation. Elisabeth Delozanne, Brigitte Grugeon, Pierre Jacoboni 2002
- [DELOZANNE et al 03] Delozanne E, Prévôt D, Grugeon B, Jacoboni P, Scénarios d'utilisation et conception d'un EIAH, le cas du diagnostic dans Pépite, ITEM 2003, Reims, 20-23 juin 2003.

- [DIMITROVA et al. 99] Dimitrova M, Self J., The interactive maintenance of open learner models, In S. Lajoie, M. Vivet (Eds.), *Artificial Intelligence in Education* (1999), 405-412.
- [DOUADY 85] Douady R. (1985), The Interplay between Different Settings: Tool-Object Dialectic in the Extension of Mathematical Ability: Examples from Elementary School Teaching, in Streefland ed,
- [DUVAL 93] Duval R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5, 37-65.
- [GRUGEON 95], Grugeon B. Etude des rapports institutionnels et des rapports personnels des élèves à l'algèbre élémentaire dans la transition entre deux cycles d'enseignement : BEP et Première G, thèse de doctorat, Université Paris 7, 1995
- [GRUGEON 97] Grugeon B Conception et exploitation d'une structure d'analyse multidimensionnelle en algèbre élémentaire, *Revue de Didactique des Mathématiques*, Vol. 17, n°2, pp.167-210, 1997.
- [GRUGEON et al. 03] Grugeon B, Coulange L, Larue V, Familles de situations d'interactions en algèbre élémentaire : deux exemples, *ITEM* 2003, Reims
- [JEAN 00] Jean S PEPITE : un système d'assistance au diagnostic de compétences, thèse de doctorat, Université du Maine, 2000.
- [KAY 00] Kay J, Stereotypes, Student Models and Scrutability, in G. Gauthier, C. Frasson, K. VanLehn (Eds.), *Intelligent Tutoring Systems*, Springer, 2000
- [KIERAN 92] Kieran C. (1992) : The learning and teaching of school algebra. in *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*.
- [ROGALSKI 03] Rogalski J., Instrumentation de l'activité enseignante, in DelozanneÉ, Grugeon B, Artigue M, Rogalski J (2003), *Modélisation et mise en œuvre d'environnements informatiques pour la régulation de l'apprentissage, le cas de l'algèbre avec le projet LINGOT*, *Projet Cognitique* 2002, *École et sciences cognitives: Les apprentissages et leurs dysfonctionnements*, rapport mi-parcours, décembre 2003, 150 p
- [SFARD 94] Sfard Aet Linchevski L(1994) : The gains and the pitfalls of reification -- The case of algebra, *Educational Studies in Mathematics*, Vol. 26, pp. 191-228.
- [TSIRIGA Virvou 03] Tsiriga V, Virvou M. Modelling the student to individualise tutoring in a web-based ICALL